



Universidad
Carlos III de Madrid

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Grupo de Sistemas Electrónicos de
Potencia

PROYECTO FIN DE CARRERA

INGENIERÍA INDUSTRIAL

Estudio y simulación de la influencia
de la estructura

Transformador-Bobina Paralelo en
convertidores CC-CC clásicos

Autor: Sebastián Barragán Barragán

Tutor: Andrés Barrado Bautista

Febrero de 2013

Agradecimientos

A mi familia y amigos.

Índice general

Índice de figuras	13
1. Introducción	23
2. Convertidor VRM-TLP	27
2.1. Introducción	27
2.2. Convertidores VRM clásico y VRM-TLP	30
2.3. Ecuaciones del convertidor VRM-TLP	35
2.3.1. Modos de conducción	35
2.3.2. Función de transferencia del convertidor VRM-TLP	37
2.3.2.1. Interruptor cerrado $t_{on} \in [0, DT]$	37
2.3.2.2. Interruptor abierto $t_{off} \in [DT, T]$	38
2.3.2.3. Función de transferencia	41
2.3.3. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$	42
2.3.3.1. Corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en función de las tensiones de entrada V_i y salida V_o	43
2.3.3.2. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en convertidores de continua	46
2.3.3.3. Relación k entre la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en el convertidor VRM-TLP	46
2.3.3.4. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en el convertidor VRM-TLP	49
2.3.4. Valor D_1 en cada modo de conducción	50
2.3.4.1. Modo de conducción continua (MCC)	50
2.3.4.2. Modo de conducción discontinua (MCD)	50
2.3.5. Parámetro adimensional de carga crítico K_c	53

2.3.6. Energía máxima en la bobina	55
2.4. Ecuaciones en MCC	57
2.4.1. Relación de transformación a	57
2.4.2. Parámetro de carga crítico K_c	58
2.4.3. Parámetro de carga del circuito K	58
2.4.4. Parámetro de modo de conducción χ	59
2.4.5. Ganancia del convertidor G	59
2.4.6. Tensión de salida V_o	60
2.4.7. Corriente de salida I_o	60
2.4.8. Corriente de entrada $\overline{i_i}$	60
2.4.9. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$	60
2.4.10. Variación de la corriente por la bobina Δi_L	61
2.4.11. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$	61
2.4.12. Corriente por el primario $\overline{i_p}$	61
2.4.13. Corriente por el secundario $\overline{i_s}$	61
2.4.14. Corriente por el diodo $\overline{i_D}$	62
2.4.15. Energía máxima en la bobina	62
2.4.16. Conclusiones	63
2.5. Estudio gráfico	64
2.5.1. Curva crítica	64
2.5.1.1. Relación de transformación crítica $a_c(D, K)$	64
2.5.1.2. Ciclo de trabajo crítico $D_c(a, K)$	66
2.5.1.3. Ganancia crítica en función del ciclo de trabajo $G_c(D, K)$	67
2.5.2. Análisis de la ganancia	69
2.6. Diseño de un circuito y simulación en PSIM	75
2.6.1. Ecuaciones de diseño	75
2.6.2. Pasos para la sustitución de un VRM clásico por un VRM-TLP	77
2.6.3. Caso de estudio	78
2.6.4. Simulación en PSIM	81
2.6.4.1. Régimen permanente	81
2.6.4.2. Régimen transitorio	92
2.7. Similitud con otros convertidores	95
2.8. Conclusiones	97

3. Convertidor Reductor-TLP	99
3.1. Introducción	99
3.2. Convertidores Reductor-TLP y Reductor Clásico	102
3.3. Ecuaciones del convertidor Reductor-TLP	107
3.3.1. Modos de conducción	107
3.3.2. Función de transferencia del convertidor Reductor-TLP	109
3.3.2.1. Interruptor cerrado $t_{on} \in [0, DT]$	109
3.3.2.2. Interruptor abierto $t_{off} \in [DT, T]$	112
3.3.2.3. Función de transferencia	114
3.3.3. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$	115
3.3.3.1. Corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en función de las tensiones de entrada V_i y salida V_o	115
3.3.3.2. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$	118
3.3.3.3. Relación k entre la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en el convertidor Reductor-TLP	118
3.3.3.4. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en el convertidor Reductor-TLP	121
3.3.4. Valor D_1 en cada modo de conducción	122
3.3.4.1. Modo de conducción continua (MCC)	122
3.3.4.2. Modo de conducción discontinua (MCD)	122
3.3.5. Parámetro adimensional de carga crítico K_c	124
3.3.6. Energía máxima en la bobina	127
3.4. Ecuaciones en MCC	128
3.4.1. Relación de transformación a	128
3.4.2. Parámetro de carga crítico K_c	129
3.4.3. Parámetro de carga del circuito K	129
3.4.4. Parámetro de modo de conducción χ	129
3.4.5. Ganancia del convertidor G	130
3.4.6. Tensión de salida V_o	130
3.4.7. Corriente de salida I_o	131
3.4.8. Corriente de entrada $\overline{i_i}$	131
3.4.9. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$	131
3.4.10. Variación de la corriente por la bobina Δi_L	131

3.4.11. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$	131
3.4.12. Corriente por el primario $\overline{i_p}$	132
3.4.13. Corriente por el secundario $\overline{i_s}$	132
3.4.14. Corriente por el diodo $\overline{i_D}$	132
3.4.15. Energía máxima en la bobina	133
3.4.16. Conclusiones	133
3.5. Estudio gráfico	135
3.5.1. Curva crítica	136
3.5.1.1. Relación de transformación crítica $a_c(D, K)$	136
3.5.1.2. Ciclo de trabajo crítico $D_c(a, K)$	138
3.5.1.3. Ganancia crítica en función del ciclo de trabajo $G_c(D, K)$	139
3.5.2. Análisis de la ganancia	141
3.6. Diseño de un circuito y simulación en PSIM	147
3.6.1. Ecuaciones de diseño	147
3.6.2. Pasos para la sustitución de un Reductor clásico por un Reductor-TLP	152
3.6.3. Caso de estudio	153
3.6.4. Simulación en PSIM	155
3.6.4.1. Régimen permanente	156
3.6.4.2. Régimen transitorio	166
3.7. Similitud con otros convertidores	169
3.8. Conclusiones	171
4. Convertidor Elevador-TLP	173
4.1. Introducción	173
4.2. Convertidores Elevador-TLP y Elevador Clásico	176
4.3. Ecuaciones del convertidor Elevador-TLP	181
4.3.1. Modos de conducción	181
4.3.2. Función de transferencia del convertidor Elevador-TLP	183
4.3.2.1. Interruptor cerrado $t_{on} \in [0, DT]$	183
4.3.2.2. Interruptor abierto $t_{off} \in [DT, T]$	184
4.3.2.3. Función de transferencia	188
4.3.3. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$	189

4.3.3.1. Corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en función de las tensiones de entrada V_i y salida V_o	189
4.3.3.2. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$	192
4.3.3.3. Relación k entre la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en el convertidor Elevador-TLP	192
4.3.3.4. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en el convertidor Elevador-TLP	196
4.3.4. Valor D_1 en cada modo de conducción	197
4.3.4.1. Modo de conducción continua (MCC)	197
4.3.4.2. Modo de conducción discontinua (MCD)	197
4.3.5. Parámetro adimensional de carga crítico K_c	199
4.3.6. Energía máxima en la bobina	202
4.4. Ecuaciones en MCC	203
4.4.1. Relación de transformación a	203
4.4.2. Parámetro de carga crítico K_c	204
4.4.3. Parámetro de carga del circuito K	204
4.4.4. Parámetro de modo de conducción χ	205
4.4.5. Ganancia del convertidor G	205
4.4.6. Tensión de salida V_o	206
4.4.7. Corriente de salida I_o	206
4.4.8. Corriente de entrada $\overline{i_i}$	206
4.4.9. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$	206
4.4.10. Variación de la corriente por la bobina Δi_L	207
4.4.11. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$	207
4.4.12. Corriente por el primario $\overline{i_p}$	207
4.4.13. Corriente por el secundario $\overline{i_s}$	208
4.4.14. Corriente por el diodo $\overline{i_D}$	208
4.4.15. Energía máxima en la bobina	208
4.4.16. Conclusiones	209
4.5. Estudio gráfico	210
4.5.1. Curva crítica	211
4.5.1.1. Relación de transformación crítica $a_c(D, K)$	211
4.5.1.2. Ciclo de trabajo crítico $D_c(a, K)$	214

4.5.1.3. Ganancia crítica en función del ciclo de trabajo	
$G_c(D, K)$	214
4.5.2. Análisis de la ganancia	215
4.6. Diseño de un circuito y simulación en PSIM	221
4.6.1. Ecuaciones de diseño	221
4.6.2. Pasos para la sustitución de un Elevador clásico por un Elevador-TLP	226
4.6.3. Caso de estudio	227
4.6.4. Simulación en PSIM	230
4.6.4.1. Régimen permanente	230
4.6.4.2. Régimen transitorio	240
4.7. Similitud con otros convertidores	243
4.8. Conclusiones	245
5. Conclusiones y trabajos futuros	247
A. Ecuaciones del VRM-TLP en MCC	251
A.1. Parámetro de carga crítico K_c	252
A.2. Ganancia del circuito G	252
A.3. Relación corriente de entrada y bobina	253
A.4. Corriente por la bobina \bar{i}_L	253
A.5. Variación de la corriente por la bobina Δi_L	253
A.6. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$	254
A.7. Energía máxima en la bobina	255
B. Ecuaciones del Reductor-TLP en MCC	257
B.1. Parámetro de carga crítico K_c	258
B.2. Ganancia del circuito G	258
B.3. Relación corriente de entrada y bobina	259
B.4. Corriente por la bobina \bar{i}_L	259
B.5. Variación de la corriente por la bobina Δi_L	259
B.6. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$	260
B.7. Energía máxima en la bobina	261
C. Ecuaciones del Elevador-TLP en MCC	263
C.1. Parámetro de carga crítico K_c	264

C.2. Ganancia del circuito G	264
C.3. Relación corriente de entrada y bobina	265
C.4. Corriente por la bobina \bar{i}_L	265
C.5. Variación de la corriente por la bobina Δi_L	266
C.6. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$	266
C.7. Energía máxima en la bobina	267

Bibliografía

269

Índice de figuras

1.0.1. Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP). . . .	24
2.1.1. Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP). . . .	27
2.2.1. Convertidor VRM clásico y convertidor VRM propuesto.	31
2.2.2. Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito VRM-TLP y un circuito VRM clásico.	32
2.2.2. (Continuación) Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito VRM-TLP y un circuito VRM clásico.	33
2.2.3. Corriente por el primario, el secundario y el diodo en el VRM-TLP.	34
2.3.1. Corriente por la bobina durante un periodo para los dos modos de conducción de un convertidor, esto es MCC y MCD, así como para el límite entre modos.	36
2.3.2. Convertidor VRM-TLP con el interruptor cerrado.	37
2.3.3. Convertidor VRM-TLP con el interruptor abierto.	39
2.3.4. Corrientes más significativas en el convertidor VRM-TLP con el interruptor cerrado y con el interruptor abierto.	44
2.3.5. Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción continua (MCC).	47
2.3.6. Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción discontinua (MCD).	51
2.3.7. Corriente por la bobina en el límite entre modos.	53
2.5.1. Relación de transformación crítica en función de D para distintos valores de K	65
2.5.2. Ciclo de trabajo crítico en función de a para distintos valores de K .	67
2.5.3. Ganancia crítica en función de D para distintos valores de K . . .	68

2.5.4. Ganancia del VRM clásico en función de D , para MCC en todo en rango de D	70
2.5.5. Ganancia del VRM clásico y VRM-TLP en función de D , para MCC en todo en rango de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a	70
2.5.6. Ganancia del VRM clásico y VRM-TLP en función de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a . El valor de K es suficientemente bajo para que algunas curvas cambien a MCD en algún tramo del rango de D	72
2.5.7. Ganancia del VRM clásico y VRM-TLP en función de D . Se muestran varias gráficas para distintos valores de K , y para cada gráfica varias curvas para distintos valores de a	73
2.6.1. Diferencia entre el valor de K_i nuevo y clásico para distintos valores de D_i	76
2.6.2. Comparación de tensiones de salida.	86
2.6.3. Comparación de corrientes por la bobina.	87
2.6.4. Comparación de corrientes por el condensador.	88
2.6.5. Comparación de corrientes por el diodo.	89
2.6.6. Comparación de corrientes por el interruptor.	90
2.6.7. Corrientes por la rama del transformador.	91
2.6.8. Respuesta del VRM-TLP y del VRM clásico, ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 10 Voltios.	93
2.6.9. Respuesta del VRM-TLP y del VRM clásico, ante escalones en la corriente de salida, de subida y de bajada de 10 Amperio.	94
2.7.1. Similitud entre circuitos convertidores VRM.	96
3.1.1. Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP). . . .	99
3.2.1. Convertidor Reductor clásico y convertidor Reductor-TLP.	103
3.2.2. Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Reductor-TLP y un circuito Reductor clásico. . .	104
3.2.2. (Continuación) Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Reductor-TLP y un circuito Reductor clásico.	105
3.2.3. Corriente por el primario, el secundario y el interruptor en el Reductor-TLP.	106

3.3.1. Corriente por la bobina durante un periodo para los dos modos de conducción de un convertidor, esto es MCC y MCD, así como para el límite entre modos.	108
3.3.2. Convertidor Reductor-TLP con el interruptor cerrado.	109
3.3.3. Convertidor Reductor-TLP con el interruptor abierto.	113
3.3.4. Corrientes más significativas en el convertidor Reductor-TLP con el interruptor cerrado y con el interruptor abierto.	116
3.3.5. Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción continua (MCC).	119
3.3.6. Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción discontinua MCD.	123
3.3.7. Corriente por la bobina en el límite entre modos.	125
3.5.1. Relación de transformación crítica en función de D para distintos valores de K	137
3.5.2. Ciclo de trabajo crítico en función de a para distintos valores de K	139
3.5.3. Ganancia crítica en función de D para distintos valores de K	140
3.5.4. Ganancia del Reductor clásico en función de D , para MCC en todo el rango de D	142
3.5.5. Ganancia del Reductor clásico y Reductor-TLP en función de D , para MCC en todo el rango de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a	142
3.5.6. Ganancia del Reductor clásico y Reductor-TLP en función de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a . El valor de K es suficientemente bajo para que todas las curvas cambien a MCD.	144
3.5.7. Ganancia del Reductor clásico y Reductor-TLP en función de D . Se muestran varias gráficas para distintos valores de K , y para cada gráfica varias curvas para distintos valores de a	145
3.6.1. Curva de valores del parámetro adimensional de carga que proporciona un determinado rango de ciclo de trabajo D en MCC.	149
3.6.2. Diferencia entre el valor de K_i nuevo y clásico para distintos valores de D_i	151
3.6.3. Comparación de tensiones de salida.	160
3.6.4. Comparación de corrientes por la bobina.	161
3.6.5. Comparación de corrientes por el condensador.	162

3.6.6. Comparación de corrientes por el diodo.	163
3.6.7. Comparación de corrientes por el interruptor.	164
3.6.8. Corrientes por la rama del transformador.	165
3.6.9. Respuesta del Reductor-TLP y del Reductor clásico, ante esca- lones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 1 Voltio. . .	167
3.6.10. Respuesta del Reductor-TLP y del Reductor clásico, ante esca- lones en la corriente de salida, de subida y de bajada de 1 Amperio. .	168
3.7.1. Similitud entre circuitos convertidores Reductores.	170
4.1.1. Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP). . . .	173
4.2.1. Convertidor Elevador clásico y convertidor Elevador-TLP.	177
4.2.2. Representación de la evolución temporal de las principales varia- bles de un circuito Elevador-TLP y un circuito Elevador clásico. . .	178
4.2.2. (Continuación) Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Elevador-TLP y un circuito Ele- vador clásico.	179
4.2.3. Corriente por el primario, el secundario y el interruptor en el Elevador-TLP.	180
4.3.1. Corriente por la bobina durante un periodo para los dos modos de conducción de un convertidor, esto es MCC y MCD, así como para el límite entre modos.	182
4.3.2. Convertidor Elevador-TLP propuesto con el interruptor cerrado. .	183
4.3.3. Convertidor Elevador-TLP con el interruptor abierto.	185
4.3.4. Corrientes más significativas en el convertidor Elevador-TLP con el interruptor cerrado y con el interruptor abierto.	190
4.3.5. Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción conti- nua (MCC).	193
4.3.6. Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción discon- tinua (MCD).	198
4.3.7. Corriente por la bobina en el límite entre modos.	200
4.5.1. Relación de transformación crítica en función de D para distintos valores de K	213
4.5.2. Ganancia crítica en función de D para distintos valores de K . . .	215
4.5.3. Ganancia del Elevador clásico en función de D , para MCC el todo en rango de D	216

4.5.4. Ganancia del Elevador clásico y Elevador-TLP en función de D , para MCC en todo el rango de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a	217
4.5.5. Ganancia del Elevador clásico y Elevador-TLP en función de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a . El valor de K es suficientemente bajo para que algunas curvas cambien a MCD en algún tramo del rango de D	218
4.5.6. Ganancia del Elevador clásico y Elevador-TLP en función de D . Se muestran varias gráficas para distintos valores de K , y para cada gráfica varias curvas para distintos valores de a	219
4.6.1. Curva de valores del parámetro adimensional de carga que propociona un determinado rango de ciclo de trabajo D en MCC. . . .	223
4.6.2. Diferencia entre el valor de K_i nuevo y clásico para distintos valores de D_i	225
4.6.3. Comparación de tensiones de salida.	234
4.6.4. Comparación de corrientes por la bobina.	235
4.6.5. Comparación de corrientes por el condensador.	236
4.6.6. Comparación de corrientes por el diodo.	237
4.6.7. Comparación de corrientes por el interruptor.	238
4.6.8. Corrientes por la rama del transformador.	239
4.6.9. Respuesta del Elevador-TLP y del Elevador clásico, ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 100 Voltios. .	241
4.6.10.Respuesta del Elevador-TLP y del Elevador clásico, ante escalones en la corriente de salida, de subida y de bajada de 100 Amperios.	242
4.7.1. Similitud entre circuitos convertidores Elevadores.	244

Nomenclatura

- a Relación de transformación del transformador usado en el circuito propuesto.
- C Capacitancia del condensador del circuito.
- D Ciclo de trabajo, es decir, fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina del circuito está aumentando, expresado por unidad.
- D_1 Fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo, expresado por unidad.
- Di Diodo del circuito.
- $(\Delta i_L)_b$ Variación de i_L cuando el interruptor está abierto, y por tanto, la corriente está bajando.
- $(\Delta i_L)_s$ Variación de i_L cuando el interruptor está cerrado, y por tanto, la corriente está subiendo.
- ε_{Lmax} Energía máxima almacenada en la bobina del circuito.
- f Frecuencia de conmutación del interruptor Int. Se relaciona con el periodo a través de $T = \frac{1}{f}$.
- G Ganancia de tensión del convertidor.
- $\overline{i_i}$ Corriente media de entrada al circuito.
- $\overline{i_L}$ Corriente media por la bobina del circuito.
- i_L Corriente instantánea por la bobina.

I_{Lmax}	Corriente máxima que pasa por la bobina en un periodo.
I_{Lmin}	Corriente mínima que pasa por la bobina en un periodo.
Int	Denominación usada para el interruptor encargado de la conmutación en el circuito.
I_o	Corriente constante de salida.
i_p	Corriente instantánea en el primario del transformador.
i_s	Corriente instantánea en el secundario del transformador.
K	Parámetro adimensional de carga del circuito.
k	Relación entre la corriente por la bobina I_L y la corriente de entrada I_i .
L	Inductancia de la bobina.
λ_1	Factor λ_1 , que es la fracción de la inductancia L del convertidor TLP, que sería necesaria poner en un convertidor clásico para obtener el mismo valor de $(\Delta i_L)_b$.
L_{eq}	Inductancia equivalente, que corresponde al valor de inductancia que sería necesario en un convertidor clásico para obtener la misma variación de corriente obtenida con el convertidor TLP.
L_{TI}	Inductancia en configuración Tapped Inductor.
P_L	Potencia en la bobina del convertidor TLP.
N_p	Número de espiras en el primario del transformador.
N_s	Número de espiras en el secundario del transformador.
P_i	Potencia de entrada.
P_{LTI}	Potencia en la bobina del convertidor Tapped Inductor.
P_o	Potencia de salida.
R_o	Resistencia de la carga del circuito.

T	Periodo de conmutación del interruptor Int. Se relaciona con la frecuencia a través de $f = \frac{1}{T}$.
t	Tiempo.
t_{off}	Tiempo que el circuito está cerrado en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{off} = (1 - D)T$.
t_{on}	Tiempo que el circuito está abierto en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{on} = DT$.
V_i	Tensión constante de entrada.
v_L	Tensión instantánea por la bobina.
V_o	Tensión constante de salida.
V_p	Tensión constante del primario del transformador durante t_{off} .
v_p	Tensión instantánea en el primario del transformador.
V_s	Tensión constante del secundario del transformador durante t_{off} .
v_s	Tensión instantánea en el secundario del transformador.

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad los convertidores clásicos muestran algunos inconvenientes cuando se pretende conseguir valores extremos de ganancia, ya sean ganancias muy cercanas a cero, o ganancias muy cercanas a la unidad. En dichos valores extremos se suelen presentar los siguientes problemas:

- Lentitud en la respuesta dinámica.
- Gran asimetría en la respuesta dinámica.
- Elevado tiempo de magnetización o desmagnetización de la bobina.
- Ciclo de trabajo muy pequeño o muy cercano a la unidad.

En este documento se analizarán tres circuitos convertidores de continua. Dichos circuitos usan una estructura de transformador con bobina paralelo (TLP) para obtener características adicionales sobre los convertidores teóricos clásicos y resolver los problemas asociados a los valores extremos de ganancia. Es importante destacar que esta configuración considera que la inductancia magnetizante del transformador toma un valor suficientemente grande. Dicha configuración se muestra en la figura [1.0.1](#).

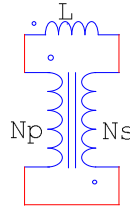


Figura 1.0.1: Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP).

Las mejoras que se consiguen con la configuración TLP son:

- Rapidez en la respuesta dinámica.
- Simetría en la respuesta dinámica.
- Magnetización y desmagnetización simétrica de la bobina.
- Posibilidad de conseguir ciclos de trabajo centrados manteniendo la ganancia.

Los convertidores que se estudiarán en el presente documento se analizan de forma completamente autónoma, de forma que a cada convertidor le corresponde un capítulo, y cada uno de dicho capítulos puede estudiarse de forma independiente, siendo la presente introducción, y el capítulo 5 de conclusiones finales el nexo de unión entre estos convertidores. Los convertidores que se estudian en este documento son:

- Convertidor VRM-TLP.
- Convertidor Reductor-TLP.
- Convertidor Elevador-TLP.

En cada capítulo se estudiará cada circuito de forma independiente, comparándolo con su equivalente clásico, obteniendo y comparando sus ecuaciones teóricas. Seguidamente se obtendrán y analizarán las características adicionales conseguidas con la introducción del transformador en el circuito. Para terminar se realizará un caso de diseño que se contrastará con una simulación en PSIM.

Para cada circuito se ha utilizado una metodología común, siguiéndose los mismos pasos para la obtención de las ecuaciones, y teniendo cada capítulo

de cada circuito una estructura equivalente, que puede ser aplicada para otros circuitos convertidores de continua.

Capítulo 2

Convertidor VRM-TLP

2.1. Introducción

En la actualidad los convertidores VRM clásicos muestran algunos inconvenientes cuando se intenta una reducción de la tensión de salida muy elevada, como son:

- Lentitud en la respuesta dinámica.
- Gran asimetría en la respuesta dinámica.
- Elevado tiempo de desmagnetización de la bobina.
- Ciclo de trabajo muy pequeño.

En el presente capítulo se propone el diseño del convertidor VRM-TLP, que pretende mejorar el diseño clásico mediante la inclusión de un transformador con bobina paralelo entre primario y secundario (TLP), dicha configuración se muestra en la figura [2.1.1](#).

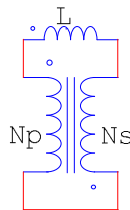


Figura 2.1.1: Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP).

Dicho diseño de convertidor VRM, pretende resolver los problemas anteriormente citados, consiguiéndose:

- Rapidez en la respuesta dinámica.
- Simetría en la respuesta dinámica.
- Desmagnetización rápida de la bobina, cuando la tensión de salida (V_o) es muy pequeña.
- Posibilidad de obtener ciclos de trabajo D más centrados, cuando la tensión de entrada es mucho mayor que la tensión de salida ($V_i \gg V_o$).

Así mismo, es importante tener en cuenta, que en esta configuración se considera que la inductancia magnetizante del transformador tiene un valor muy alto, por lo que se puede aproximar, para este estudio, el transformador prácticamente ideal.

A continuación se describen las seis secciones, además de la presente introducción, que forman este capítulo:

- En primer lugar, se muestra el circuito VRM clásico y el circuito VRM-TLP (sección 2.2), así como las curvas más importantes correspondientes a ambos circuitos.
- En segundo lugar, se desarrollan las demostraciones teóricas que permiten deducir las principales ecuaciones del convertidor VRM-TPL, obteniéndose las ecuaciones compactas válidas, tanto para MCC, como para MCD (sección 2.3).
- Seguidamente, se particularizan las ecuaciones para el modo de conducción continua, que es el modo en el que se centra el estudio, dejando las ecuaciones explícitamente en función de la relación de transformación a , con el fin de observar más fácilmente la influencia del transformador sobre las variables estudiadas. Además se compara cada variable con su correspondiente ecuación en el VRM clásico (sección 2.4).
- En cuarto lugar, se realiza el análisis gráfico de la ganancia. Este análisis permite ver la evolución de la ganancia con la relación de transformación a , el ciclo de trabajo D , y el parámetro adimensional de carga K . Así

mismo, la forma de las curvas mostrarán los problemas asociados con el cambio en el modo de conducción, y como la mejor utilidad del circuito consiste en obtener valores de ganancia muy altos, esto es, una alta reducción de la tensión de salida, pero ciclos de trabajo adecuados (sección 2.5).

- A continuación, se estudiará un caso de diseño, que se simulará con el software de simulación de circuitos de potencia PSIM, donde se tendrán en cuenta los problemas en la sustitución del VRM clásico por el VRM-TLP, como la pérdida de rango de ciclo de trabajo en modo de conducción continua y el aumento de energía máxima necesaria en la bobina (sección 2.6).
- Finalmente se analizará la equivalencia del circuito con la configuración ya existente denominada “Tapped inductor”¹ (sección 2.7).

¹Bobina con toma media.

2.2. Convertidores VRM clásico y VRM-TLP

En la figura 2.2.1, se muestra el convertidor VRM clásico y el convertidor VRM-TLP propuesto en este capítulo. Del análisis de ambos circuitos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se debe notar que aunque en circuitos VRM que alimentan tensiones de salida pequeñas, se suele usar un interruptor tipo mosfet en la rama de descarga del diodo, en este estudio se ha usado en su lugar el diodo D_i . Esto permitirá analizar tanto el modo de conducción continua (MCC), como el modo de conducción discontinua (MCD), lo que permite una mayor generalidad en el análisis.
- Se observa que el convertidor VRM-TLP incluye un transformador, que desviará parte de la corriente que pasa por la bobina, a través del secundario del transformador durante la descarga de la bobina.
- El transformador se sitúa en la rama correspondiente al diodo, de modo que la corriente que en t_{off} viene a través del diodo, en el nuevo circuito se divide en dos ramas, la correspondiente al primario, que pasa por la bobina, y la correspondiente al secundario, que no pasa por la bobina consiguiendo por tanto, que la intensidad de corriente que pasa por la bobina sea menor en el convertidor propuesto que en el clásico a igualdad de potencia.
- La cantidad de corriente desviada es función de la relación de transformación (a), y siempre se desviará una parte, esto implica que la corriente por la bobina siempre será menor, considerándose el caso límite la relación de transformación $a = 0$, que es equivalente a quitar el transformador, y tener en consecuencia, el convertidor clásico.

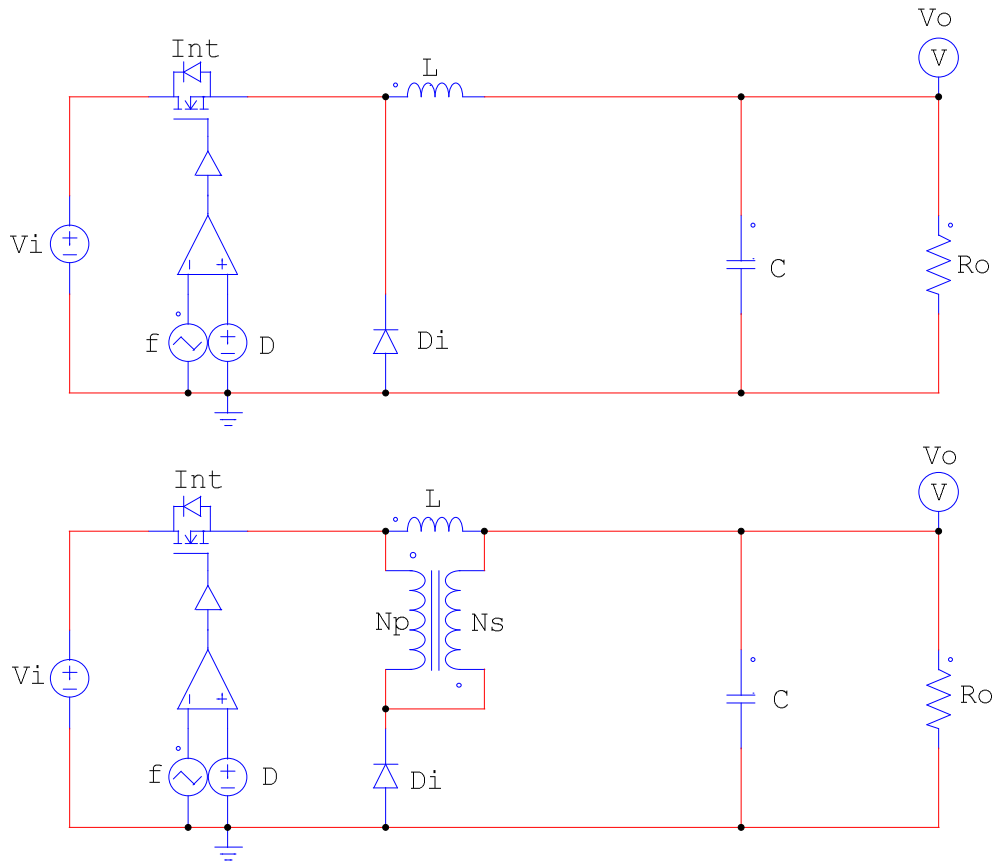
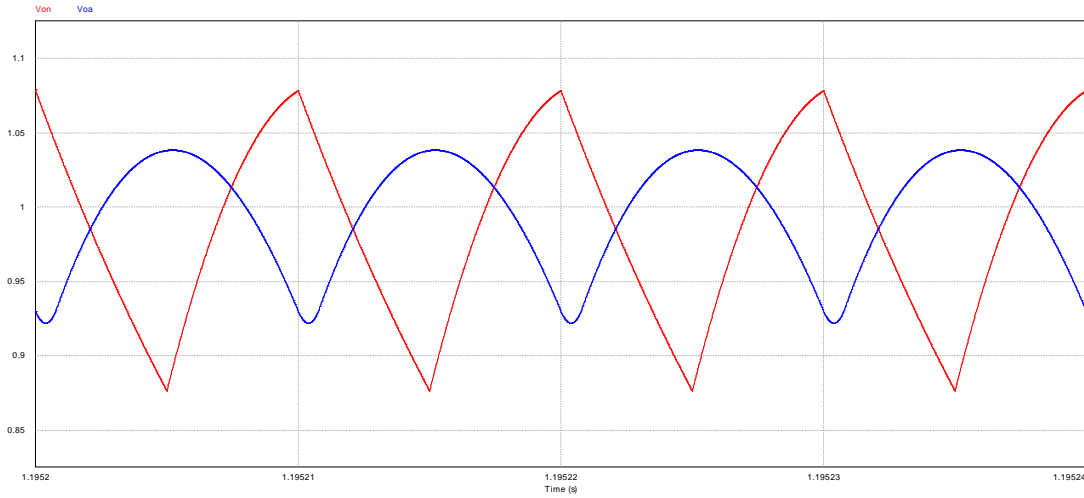
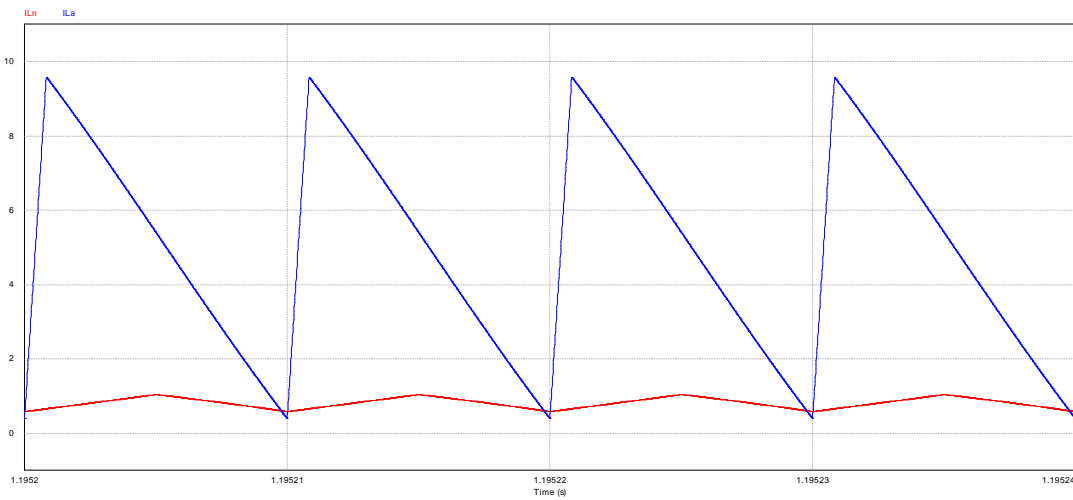


Figura 2.2.1: Convertidor VRM clásico (arriba) y convertidor VRM-TLP (abajo).

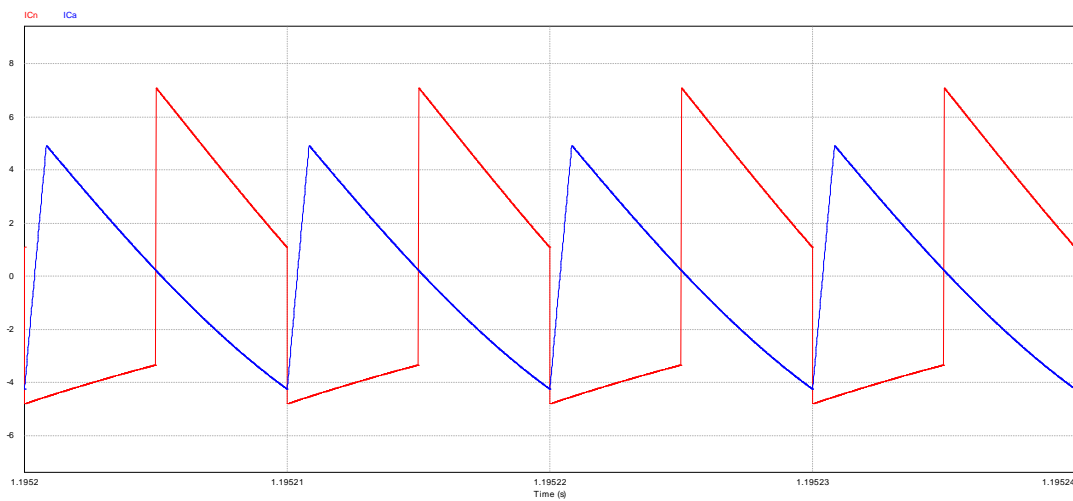
La figura 2.2.2 muestra las curvas más importantes correspondientes a un circuito VRM-TLP y un circuito VRM con mismo valor de ganancia, funcionando en el caso extremo $V_i \gg V_o$, pero en el que se ha conseguido mejorar la simetría en la respuesta dinámica.



(a) Tensión de salida.

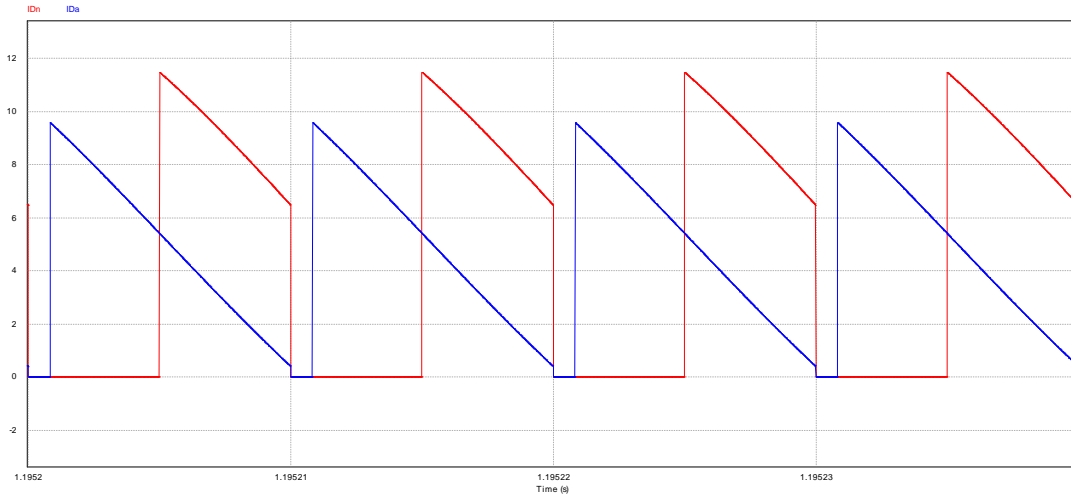


(b) Corriente por la bobina.

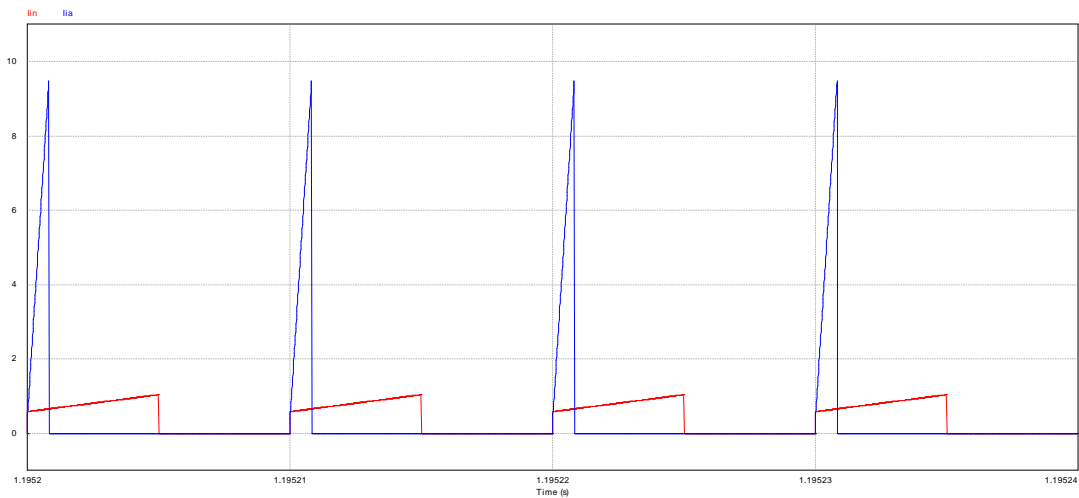


(c) Corriente por el condensador.

Figura 2.2.2: Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito VRM-TLP (en rojo) y un circuito VRM clásico (en azul).



(a) Corriente por el diodo.



(b) Corriente por el interruptor.

Figura 2.2.2: (Continuación) Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito VRM-TLP (en rojo) y un circuito VRM clásico (en azul).

Se puede observar que el circuito VRM-TLP tiene las siguientes ventajas:

- Ciclo de trabajo centrado.
- Corriente por la bobina menor y más lineal.

Así mismo, en la figura 2.2.3 se muestran las corrientes a través del transformador, en un circuito VRM-TLP.

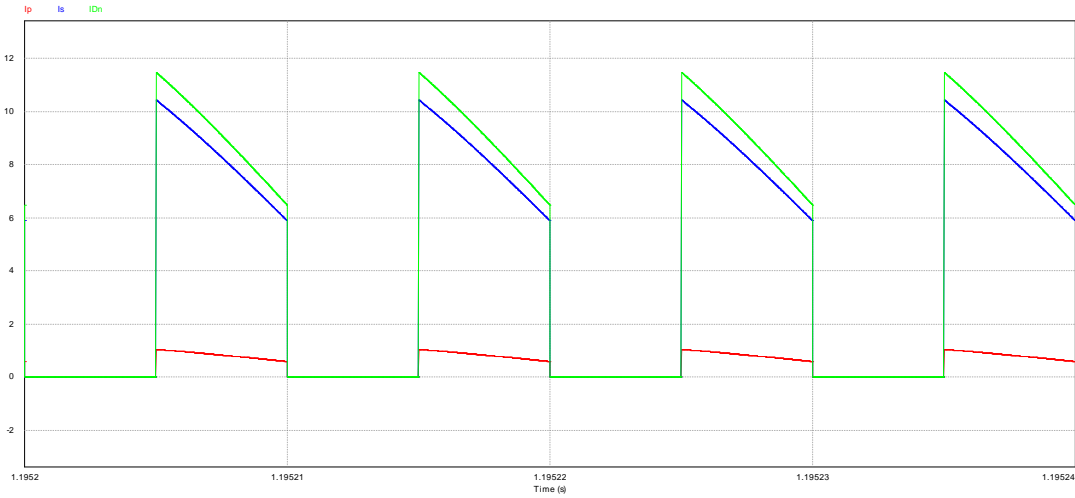


Figura 2.2.3: Corriente por el primario (en rojo), el secundario (en azul) y el diodo (en verde) en el VRM-TLP.

En esta gráfica se puede observar que la corriente por el diodo es suma de la corriente por el primario y el secundario, derivándose la mayor parte de la corriente por el secundario, evitando su paso por la bobina.

2.3. Ecuaciones del convertidor VRM-TLP

En esta sección se desarrollan las demostraciones que justifican las ecuaciones correspondientes al convertidor VRM-TLP. Estas ecuaciones se mostrarán de forma compacta, de modo que se obtienen expresiones sencillas válidas para MCC y para MCD, no obstante, dichas ecuaciones no muestran explícitamente la dependencia con las variables de estado del convertidor.

Las ecuaciones correspondientes al convertidor clásico se pueden obtener a partir de éstas haciendo $a = 0$, donde a representa la relación de transformación del primario respecto al secundario. Puede considerar el valor de a como una medida de cuanto se aleja el circuito nuevo del comportamiento del circuito clásico, y este último un caso particular del convertidor VRM-TLP para el que la relación de transformación es cero.

2.3.1. Modos de conducción

Dado que se hace referencia en múltiples ocasiones a conceptos relacionados con los modos de conducción, se expone a continuación una sucinta explicación de estos conceptos.

Si se define:

T Periodo de conmutación.

t_{on} Tiempo que el interruptor está cerrado en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{on} = DT$.

t_{off} Tiempo que el interruptor está abierto en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{off} = (1 - D)T$.

D Ciclo de trabajo, es decir, fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina del circuito está aumentando, expresado por unidad.

D_1 Fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo, expresado por unidad. En general $D_1 = 1 - D$ en MCC y $D_1 \neq 1 - D$ en MCD.

En los circuitos estudiados en este documento existen dos modos de conducción en función de la corriente por la bobina, que son (véase figura 2.3.1):

Modo de conducción continua (MCC) Si la corriente por la bobina, i_L , nunca se hace 0, en este modo se observa fácilmente en la figura 2.3.1 que $D_1 = 1 - D$, o lo que es lo mismo $D + D_1 = 1$.

Modo de conducción discontinua (MCD) Si la corriente por la bobina, i_L , se hace 0 antes del final del periodo de conmutación $t = T$, estando por tanto, una fracción de periodo $D + D_1$ conduciendo y una fracción de periodo $1 - (D + D_1)$ sin pasar corriente por la bobina.

Límite MCC-MCD Existe por último un punto crítico, que es el punto en el que se produce el cambio entre modos de conducción. Se aprecia en la figura 2.3.1 que en este caso la corriente por la bobina se hace cero justamente al final del periodo de conmutación $t = T$.

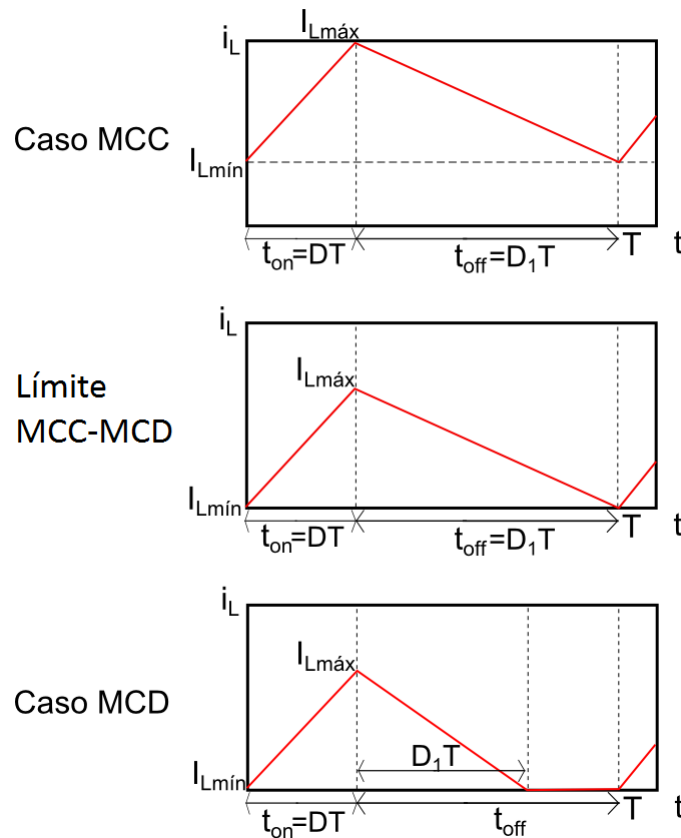


Figura 2.3.1: Corriente por la bobina durante un periodo para los dos modos de conducción de un convertidor, esto es MCC y MCD, así como para el límite entre modos.

2.3.2. Función de transferencia del convertidor VRM-TLP

Para el cálculo de la función de transferencia se debe tener en cuenta que en régimen permanente la corriente en la bobina L es periódica.

Se describen a continuación los cálculos necesarios para obtener la función de transferencia en el convertidor VRM-TLP. Para ello, se obtiene la variación de la corriente por la bobina i_L , en el caso de interruptor Int cerrado, e interruptor Int abierto, y se combinan teniendo en cuenta que la corriente por la bobina es periódica, para el periodo de conmutación T .

2.3.2.1. Interruptor cerrado $t_{on} \in [0, DT]$

El circuito a analizar corresponde al indicado en la figura 2.2.1 cuando Int está cerrado. En la figura 2.3.2, se muestra una simplificación del circuito para este estado, donde se eliminan los componentes por donde no pasa corriente. Se observa que el diodo Di desaparece ya que está abierto, desapareciendo también el transformador ideal al no pasar corriente por él. Por lo que el circuito en este estado es idéntico al caso del circuito clásico.

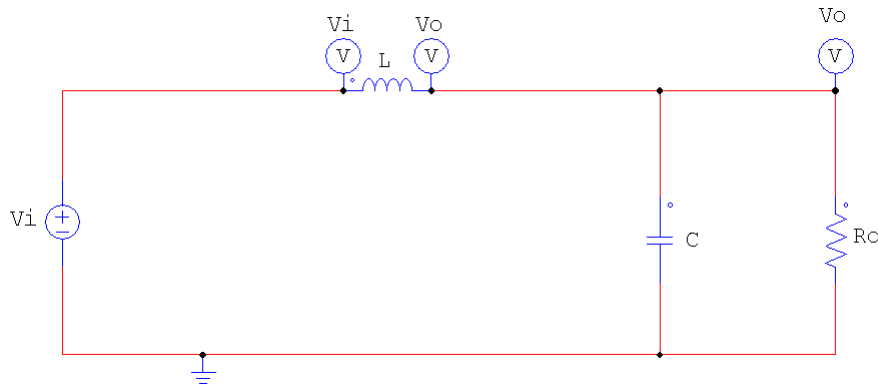


Figura 2.3.2: Convertidor VRM-TLP con el interruptor cerrado.

Como paso previo al cálculo de la variación de corriente por la bobina L , hay que calcular la tensión a la que está sometida la bobina. En general la tensión en una bobina viene dada por la ecuación:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (2.3.1)$$

donde:

v_L Tensión instantánea por la bobina.

L Inductancia de la bobina.

i_L Corriente instantánea por la bobina.

t Tiempo.

Por otro lado, se observa en la figura 2.3.2, que la tensión de la bobina en el intervalo de tiempo t_{on} , es constante y de valor:

$$v_L \Big|_{t_{on}} = V_i - V_o = cte \quad (2.3.2)$$

donde:

V_i Tensión constante de entrada.

V_o Tensión constante de salida.

La variación de la corriente por la bobina durante el intervalo de tiempo $[0, DT]$, se obtiene integrando la ecuación 2.3.1, y teniendo en cuenta la ecuación 2.3.2:

$$(\Delta i_L)_s = \int_{t_{on}} di_L = \int_0^{DT} \frac{v_L}{L} dt = \frac{v_L}{L} \int_0^{DT} dt = \frac{v_L}{L} DT = \frac{V_i - V_o}{L} DT$$

entonces:

$$\boxed{(\Delta i_L)_s = \frac{V_i - V_o}{L} DT} \quad (2.3.3)$$

donde:

$(\Delta i_L)_s$ Variación de i_L cuando el interruptor está cerrado, y por tanto, la corriente está subiendo.

2.3.2.2. Interruptor abierto $t_{off} \in [DT, T]$

El circuito a analizar corresponde al indicado en la figura 2.2.1 cuando Int está abierto. En la figura 2.3.3 se muestra una simplificación del circuito para este estado, donde se eliminan los componentes por donde no pasa corriente.

Se observa que el diodo Di está cerrado permitiendo la circulación de corriente por el transformador y la bobina. Por otro lado, la fuente de tensión desaparece ya que no circula corriente por ella. Es en este estado cuando

existe diferencia entre el circuito clásico y el propuesto, y por tanto, el más interesante en el presente estudio.

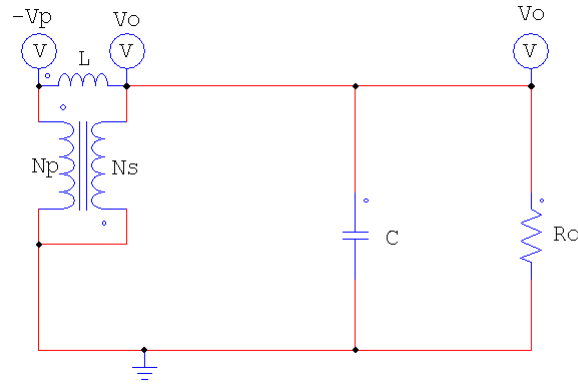


Figura 2.3.3: Convertidor VRM-TLP con el interruptor abierto.

Dado que el transformador está activo, se define previamente la relación de transformación:

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (2.3.4)$$

donde:

- a Relación de transformación.
- N_p Número de espiras en el primario del transformador.
- N_s Número de espiras en el secundario del transformador.
- v_p Tensión instantánea en el primario del transformador.
- v_s Tensión instantánea en el secundario del transformador.
- i_p Corriente instantánea en el primario del transformador.
- i_s Corriente instantánea en el secundario del transformador.

Así mismo, se observa en la figura 2.3.3 que:

$$V_s = V_o \quad (2.3.5)$$

- V_s Tensión constante del secundario del transformador durante t_{off} .

Y sustituyendo en la ecuación 2.3.4 se concluye:

$$V_p = aV_s = aV_o \quad (2.3.6)$$

V_p Tensión constante del primario del transformador durante t_{off} .

Por otro lado, se observa en la figura 2.3.3 que la tensión de la bobina en el intervalo de tiempo es constante y de valor:

$$v_L \Big|_{t_{off}} = -V_p - V_o = -aV_o - V_o = -(1+a)V_o = cte \quad (2.3.7)$$

Se debe observar que durante el intervalo de tiempo $t_{off} \in [DT, T]$, en general, existe corriente por la bobina en un intervalo de tiempo $[DT, (D + D_1)T]$, dichos valores serán iguales en caso de estar en MCC, y distintos en caso de MCD.

La variación de la corriente por la bobina durante el intervalo de tiempo $[DT, (D + D_1)T]$, se obtiene al integrar la ecuación 2.3.1, teniendo en cuenta la ecuación 2.3.7:

$$\begin{aligned} (\Delta i_L)_b &= \int_{t_{off}} di_L = \int_{DT}^{(D+D_1)T} \frac{v_L}{L} dt = \frac{v_L}{L} \int_{DT}^{(D+D_1)T} dt \\ &= \frac{v_L}{L} D_1 T = \frac{-(1+a)V_o}{L} D_1 T = \frac{-V_o}{\frac{1}{1+a}L} D_1 T \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{(\Delta i_L)_b = \frac{-V_o}{\frac{1}{1+a}L} D_1 T} \quad (2.3.8)$$

donde:

$(\Delta i_L)_b$ Variación de i_L cuando el interruptor está abierto, y por tanto, la corriente está bajando.

Si se recuerda que la expresión de un convertidor VRM clásico en t_{off} tiene la ecuación:

$$(\Delta i_L)_b = \frac{-V_o}{L} D_1 T \quad (2.3.9)$$

Se pueden comparar ambas expresiones (ecuaciones 2.3.8 y 2.3.9) para obtener un resultado interesante. Se puede ver que al añadir el transformador,

el circuito se comporta en t_{off} , como si fuera un circuito VRM clásico con una bobina de valor $\frac{1}{1+a}L$. En consecuencia, se define la inductancia equivalente:

$$L_{eq} = \frac{1}{1+a}L \quad (2.3.10)$$

donde:

L_{eq} Inductancia equivalente, que corresponde al valor de inductancia que sería necesario en un convertidor clásico para obtener la misma disminución de corriente obtenida con el convertidor TLP.

Se observa que se puede variar el valor de la inductancia en función de $\frac{1}{1+a}$; para su estudio posterior, se define esta fracción como:

$$\lambda_1 = \frac{1}{1+a} \quad (2.3.11)$$

donde:

λ_1 Factor λ_1 , que es la fracción de la inductancia L del convertidor TLP, que sería necesaria poner en un convertidor clásico para obtener el mismo valor de $(\Delta i_L)_b$.

Esto significa, que al introducir el transformador, se obtiene un circuito que, durante el tramo de tiempo en el que el interruptor está abierto, es idéntico a un circuito clásico con una inductancia de valor $100\lambda_1\%$ la inductancia que realmente tiene el circuito.

Finalmente, combinando las ecuaciones 2.3.8, 2.3.10 y 2.3.11 se concluye que:

$$(\Delta i_L)_b = -\frac{V_o}{\lambda_1 L} D_1 T = -\frac{V_o}{L_{eq}} D_1 T \quad (2.3.12)$$

2.3.2.3. Función de transferencia

La función de transferencia se obtiene teniendo en cuenta, que en régimen permanente, se debe cumplir que la corriente por la bobina al final de cada periodo tiene que ser la misma que al principio. Esto se traduce en que:

$$(\Delta i_L)_s + (\Delta i_L)_b = 0 \quad (2.3.13)$$

Debe observarse, que como se concluyó en las secciones 2.3.2.1 y 2.3.2.2, el circuito propuesto es un combinación de un circuito clásico de inductancia L , cuando el interruptor está cerrado, y un circuito clásico de inductancia L_{eq} , cuando el interruptor está abierto.

Sustituyendo las expresiones 2.3.3 y 2.3.12 en 2.3.13 tenemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_i - V_o}{L}DT + \frac{-V_o}{L_{eq}}D_1T &= 0 \\
 \frac{V_i - V_o}{L}DT + \frac{-V_o}{\lambda_1 L}D_1T &= 0 \\
 (V_i - V_o)D + \frac{-V_o}{\lambda_1}D_1 &= 0 \\
 (V_i - V_o)D &= \frac{V_o}{\lambda_1}D_1 \\
 (V_i - V_o)\lambda_1 D &= V_o D_1 \\
 V_i \lambda_1 D - V_o \lambda_1 D &= V_o D_1 \\
 V_i \lambda_1 D &= V_o D_1 + V_o \lambda_1 D \\
 V_o (D_1 + \lambda_1 D) &= V_i \lambda_1 D \\
 \frac{V_o}{V_i} &= \frac{\lambda_1 D}{D_1 + \lambda_1 D}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\lambda_1 D}{D_1 + \lambda_1 D}} \quad (2.3.14)$$

donde:

G Ganancia de tensión del convertidor.

Es importante recordar que como se destaca al inicio de esta sección, se obtienen las ecuaciones correspondientes a un convertidor VRM clásico sin más que hacer $a = 0$, lo que se traduce en $\lambda_1 = 1$.

2.3.3. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$

Dada la importancia que tiene la corriente por la bobina para la determinación del modo de conducción en el que se encuentra el circuito, se expone a continuación un desarrollo que permite expresar la corriente por la bobina en función de variables más adecuadas para los análisis posteriores.

2.3.3.1. Corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en función de las tensiones de entrada V_i y salida V_o

Debido a que resulta útil para el cálculo de la corriente por la bobina, se calcula en primer lugar la corriente media de entrada.

Una forma general de obtener la corriente por la entrada, es tener en cuenta que, supuestos componentes electrónicos ideales, la potencia entregada por la fuente tiene que ser igual a la consumida por la carga:

$$P_i = P_o \quad (2.3.15)$$

donde:

P_i Potencia de entrada.

P_o Potencia de salida.

En la figura 2.3.4, se muestran las tensiones y corrientes significativas para esta deducción. Cuando el interruptor Int está cerrado, el comportamiento corresponde al de un convertidor VRM clásico. En cambio cuando el interruptor Int está abierto, parte de la corriente del diodo, es derivada por el secundario sin pasar por la bobina.

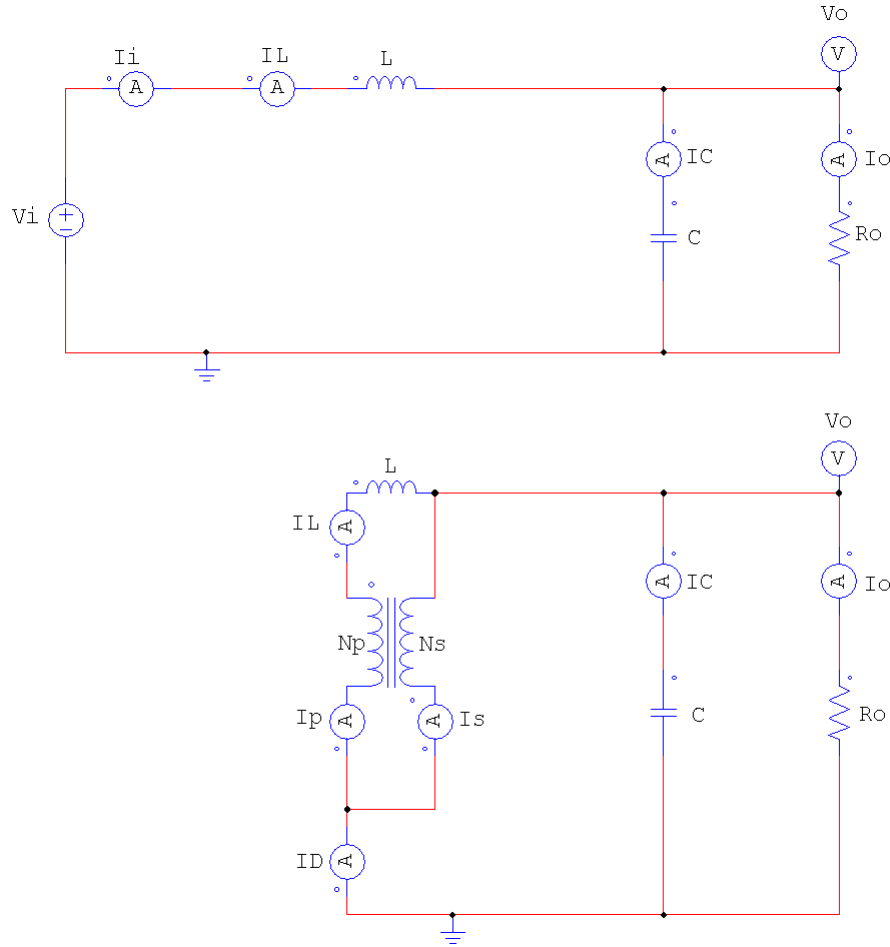


Figura 2.3.4: Corrientes más significativas en el convertidor VRM-TLP con el interruptor cerrado (arriba) y con el interruptor abierto (abajo).

Por un lado, la potencia de entrada la proporciona la fuente y tiene el valor:

$$P_i = V_i \bar{i}_i \quad (2.3.16)$$

donde:

\bar{i}_i Corriente media de entrada al circuito.

Por otro lado, la potencia de salida la consume la carga íntegramente, y toma el valor:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (2.3.17)$$

donde:

R_o Resistencia de la carga del circuito.

Sustituyendo las ecuaciones 2.3.16 y 2.3.17 en la ecuación 2.3.15 y usando la ecuación 2.3.14, se tiene que:

$$\begin{aligned} V_i \bar{i}_i &= \frac{V_o^2}{R_o} \\ V_i \bar{i}_i &= \frac{G^2 V_i^2}{R_o} \\ \bar{i}_i &= G^2 \frac{V_i}{R_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{\bar{i}_i = G^2 \frac{V_i}{R_o}} \quad (2.3.18)$$

Adicionalmente usando la ecuación 2.3.14, se puede expresar la corriente de entrada en función de la corriente de salida:

$$\bar{i}_i = G I_o \quad (2.3.19)$$

I_o Corriente constante de salida.

Este es un resultado general para todos los convertidores de continua, teniendo en cuenta que el valor de G se debe particularizar para cada circuito en estudio y para cada modo de conducción.

De estos resultados también se puede extraer que:

- Se puede completar la definición de ganancia:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\bar{i}_i}{I_o} \quad (2.3.20)$$

- Si se compara esta ecuación con la de un transformador (véase ecuación 2.3.4), se concluye que un convertidor de continua se puede modelizar como un transformador de variables:

$$a' = \frac{1}{G}$$

$$V_p' = V_i$$

$$V_s' = V_o$$

- La resistencia que el circuito ve a la entrada es:

$$R_i = \frac{R_o}{G^2} \quad (2.3.21)$$

2.3.3.2. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en convertidores de continua

Para el cálculo de la corriente media por la bobina, se supone que está relacionada con la corriente media de entrada de alguna manera aún sin determinar, dicha relación para el circuito VRM-TLP se obtendrá en el apartado 2.3.3.3. En esta sección, basta con decir que la corriente de entrada está relacionada con la corriente de salida en una proporción k :

$$\overline{i_L} = k\overline{i_i} \quad (2.3.22)$$

donde:

k Relación entre la corriente por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente de entrada $\overline{i_i}$.

Al combinar las ecuaciones 2.3.18 y 2.3.22 se obtiene:

$$\boxed{\overline{i_L} = k\overline{i_i} = kG^2 \frac{V_i}{R_o}} \quad (2.3.23)$$

Adicionalmente, usando la ecuación 2.3.14, se puede expresar la corriente en la bobina en función de la corriente de salida:

$$\overline{i_L} = kGI_o \quad (2.3.24)$$

Este es un resultado general para todos los convertidores de continua, teniendo en cuenta que los valores de G y k se deben particularizar para cada circuito en estudio y para cada modo de conducción.

2.3.3.3. Relación k entre la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en el convertidor VRM-TLP

Esta relación que se define arbitrariamente como k , se deja a continuación en función de las variables D y D_1 , lo que implícitamente implica que se deja en función de las variables a y D , de alguna forma, que dependerá tanto del circuito concreto, como del modo de conducción.

Puesto que la corriente por la bobina $\overline{i_L}$ será una proporción k de la corriente de entrada $\overline{i_i}$, es decir:

$$\overline{i_L} = k\overline{i_i} \quad (2.3.25)$$

Para la obtención de la relación entre corrientes k , se calculan la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$, y la corriente media por la entrada $\overline{i_i}$, para poder compararlas. Se toma como apoyo la figura 2.3.5, que corresponde a la corriente por la bobina en MCC. Dicho caso es el más general, puesto que en MCC, es necesario calcular dos áreas, formadas por el triángulo superior y el rectángulo inferior.

No obstante, el resultado obtenido es válido para MCD, ya que es un caso particular de MCC en el que $I_{L\min}$ es igual a 0, y por tanto, sólo existirá el área correspondiente al triángulo superior.

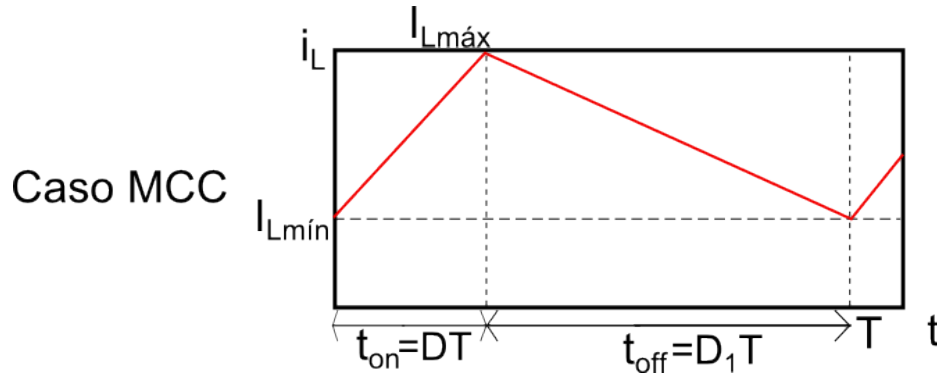


Figura 2.3.5: Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción continua (MCC).

Viendo la figura 2.3.4 se observa que $i_i = i_L$ durante el tiempo $t_{\text{on}} = DT$, y cero en el resto del periodo, por tanto, la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ se calcula obteniendo el área bajo la curva $i_L(t)$ en el intervalo $[0, DT]$:

$$\begin{aligned} \overline{i_i} &= \frac{1}{T} \int_0^T i_i dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} i_L dt = \frac{1}{T} \cdot \text{Área}_{DT} \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot \text{Base}_{DT} \cdot \text{AlturaTriángulo}_{DT} + \text{Base}_{DT} \cdot \text{AlturaRectángulo}_{DT} \right) \\ &= \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} DT (I_{L\text{máx}} - I_{L\text{mín}}) + DT I_{L\text{mín}} \right] = D \left[\frac{1}{2} (I_{L\text{máx}} + I_{L\text{mín}}) \right] \end{aligned}$$

entonces:

$$\bar{i}_i = D \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \quad (2.3.26)$$

donde:

$I_{Lmáx}$	Corriente máxima que pasa por la bobina en un periodo.
$I_{Lmín}$	Corriente mínima que pasa por la bobina en un periodo.
Área_{DT}	Área bajo la curva de la figura 2.3.5, correspondiente al caso MCC, y en el intervalo de integración $[0, DT]$.
Base_{DT}	Base del área Área_T , que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es DT .
$\text{AlturaTriángulo}_{DT}$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$\text{AlturaRectángulo}_{DT}$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es $I_{Lmín}$.

De forma similar, tomando de nuevo como apoyo la gráfica de la figura 2.3.5 correspondiente al caso MCC, la corriente media por la bobina, se calcula obteniendo el área bajo la curva $i_L(t)$ en todo el periodo:

$$\begin{aligned} \bar{i}_L &= \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt = \frac{1}{T} \cdot \text{Área}_T \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot \text{Base}_T \cdot \text{AlturaTriángulo}_T + \text{Base}_T \cdot \text{AlturaRectángulo}_T \right) \\ &= \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} (D + D_1) T (I_{Lmáx} - I_{Lmín}) + (D + D_1) T I_{Lmín} \right] = (D + D_1) \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \end{aligned}$$

entonces:

$$\bar{i}_L = (D + D_1) \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \quad (2.3.27)$$

donde:

\acute{Area}_T	Área bajo la curva de la figura 2.3.5, correspondiente al caso MCC y en el intervalo de integración $[0, T]$.
$Base_T$	Base del área \acute{Area}_T , que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $(D + D_1)T$.
$AlturaTriángulo_T$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$AlturaRectángulo_T$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $I_{Lmín}$.

Si se recuerda la definición de k (véase la ecuación 2.3.25), y se comparan las ecuaciones 2.3.26 y 2.3.27, se concluye que:

$$\begin{aligned} (D + D_1) \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] &= kD \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \\ \implies (D + D_1) &= kD \implies k = \frac{D + D_1}{D} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{k = \frac{D + D_1}{D}} \quad (2.3.28)$$

Resultado que es válido para el convertidor VRM-TLP, y que tendrá un valor D_1 distinto dependiendo del modo de conducción en que se encuentre (véase el apartado 2.3.4).

2.3.3.4. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en el convertidor VRM-TLP

El valor de G para el circuito VRM-TLP se ha calculado en el apartado 2.3.2.3 y corresponde a la ecuación 2.3.14, el valor de k se ha particularizado en el apartado 2.3.3.3, resultando la ecuación 2.3.28.

Sustituyendo en 2.3.23, los valores de 2.3.14 y 2.3.28, se tiene que la corriente media por la bobina es:

$$\overline{i_L} = kG^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{D + D_1}{D} \left[\frac{\lambda_1 D}{D_1 + \lambda_1 D} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{\lambda_1^2 (D + D_1)}{(D_1 + \lambda_1 D)^2} \frac{DV_i}{R_o}$$

entonces:

$$\overline{i_L} = \frac{\lambda_1^2 (D + D_1)}{(D_1 + \lambda_1 D)^2} \frac{DV_i}{R_o} \quad (2.3.29)$$

Esta ecuación es un resultado particularizado para un convertidor VRM-TLP. Una vez más, se debe recordar que $a = 0$ implica $\lambda_1 = 1$, y permite obtener el resultado correspondiente al convertidor VRM clásico.

Más adelante, se particulariza el valor de D_1 en función del modo de conducción (véase apartado 2.3.4).

2.3.4. Valor D_1 en cada modo de conducción

El valor D_1 representa la fracción de periodo T durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo. Este valor dependerá de si la bobina conduce durante todo el periodo (MCC), o si hay una fracción de periodo durante la que no conduce (MCD). Para generalizar esta diferencia se dice que la bobina conduce durante la fracción de periodo $D + D_1$, tomando D_1 un valor distinto en función del modo de conducción.

2.3.4.1. Modo de conducción continua (MCC)

En este modo la bobina está siempre en conducción, y por tanto, se observa fácilmente en la gráfica correspondiente a MCC de la figura 2.3.5, que el valor de D_1 es:

$$D_1 = 1 - D \quad (2.3.30)$$

Nótese que este resultado es sólo consecuencia de haber generalizado el tiempo de conducción de la bobina, ya que en modo de conducción continua la bobina conduce la fracción de periodo $D + D_1 = D + 1 - D = 1$, es decir, la bobina conduce todo el periodo.

2.3.4.2. Modo de conducción discontinua (MCD)

Este modo en cambio es menos directo. Para obtener D_1 , sirve de apoyo la gráfica correspondiente al MCD, que se puede ver en la figura 2.3.6, y los resultados obtenidos en el apartado 2.3.3.3, concretamente la ecuación 2.3.27, que se puede particularizar para MCD haciendo $I_{Lmin} = 0$:

$$\overline{i_L} = (D + D_1) \frac{1}{2} I_{Lmáx} \quad (2.3.31)$$

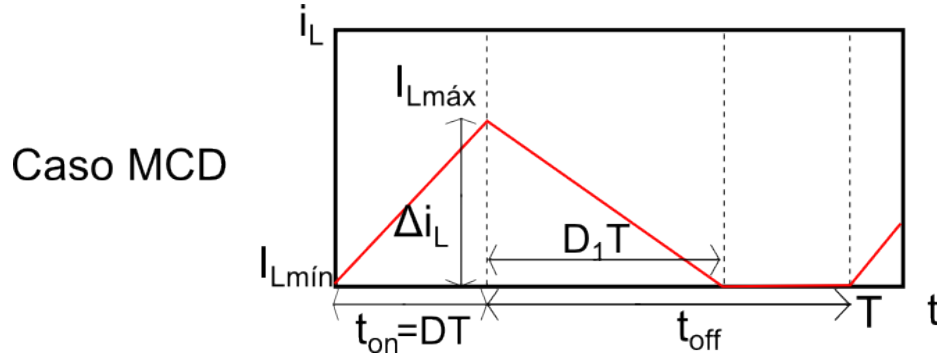


Figura 2.3.6: Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción discontinua (MCD). Se destaca que la corriente por la bobina máxima $I_{Lmáx}$ es igual a la variación de corriente Δi_L . Además se observa, que la base del área bajo la curva de la corriente es $DT + D_1T = (D + D_1)T$.

Para obtener el valor de $I_{Lmáx}$, se elige una de las dos posibles ecuaciones que valen Δi_L , correspondientes a las ecuaciones 2.3.3 y 2.3.12 en valor absoluto. Se toma la segunda por ser más conveniente, ya que sólo aparece una de las tensiones, esto es:

$$I_{Lmáx} = \Delta i_L = |(\Delta i_L)_b| = \frac{V_o}{\lambda_1 L} D_1 T \quad (2.3.32)$$

Si se sustituye la ecuación 2.3.32 en la ecuación 2.3.31 se tiene:

$$\overline{i_L} = \frac{1}{2} (D + D_1) \frac{V_o}{\lambda_1 L} D_1 T \quad (2.3.33)$$

Se tiene que despejar D_1 de tal forma que sólo sea función de a , D y el parámetro adimensional de carga K . Este último se estudiará en la sección 2.3.5, y basta decir por ahora que su valor es $K = \frac{2L}{R_o T}$.

Se igualan las ecuaciones 2.3.33 y 2.3.23 y se usan las ecuaciones 2.3.14 y 2.3.28:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}(D + D_1) \frac{V_o}{\lambda_1 L} D_1 T &= kG^2 \frac{V_i}{R_o} \\
\frac{1}{2}(D + D_1) \frac{GV_i D_1 T^2}{\lambda_1 K R_o T} &= kG^2 \frac{V_i}{R_o} \\
\frac{(D + D_1) D_1}{\lambda_1 K} &= kG \\
\frac{(D + D_1) D_1}{\lambda_1 K} &= \frac{D + D_1}{D} \frac{\lambda_1 D}{\lambda_1 D + D_1} \\
\frac{D_1}{K} &= \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1 D + D_1} \\
\lambda_1 D D_1 + D_1^2 &= \lambda_1^2 K \\
D_1^2 + \lambda_1 D D_1 - \lambda_1^2 K &= 0
\end{aligned}$$

entonces:

$$D_1^2 + \lambda_1 D D_1 - \lambda_1^2 K = 0 \quad (2.3.34)$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado obtenemos el resultado buscado:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{-\lambda_1 D + \sqrt{(\lambda_1 D)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-\lambda_1^2 K)}}{2 \cdot 1} \\
&= \lambda_1 \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4K}}{2}
\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D_1 = \lambda_1 \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4K}}{2}} \quad (2.3.35)$$

Se observa que λ_1 es el impacto del transformador sobre el parámetro D_1 , sin embargo, el transformador no producirá ningún impacto real sobre la ganancia en MCD. Para comprobarlo, basta sustituir el valor de D_1 obtenido para MCD en la ecuación 2.3.14 correspondiente a la ganancia, produciéndose la cancelación de λ_1 , y quedando por tanto una ganancia igual a la del caso clásico. No obstante, el transformador si influirá en otros parámetros del circuito.

2.3.5. Parámetro adimensional de carga crítico K_c

Se recuerda que los circuitos aquí estudiados se pueden encontrar en modo de conducción continua (MCC) o en modo de conducción discontinua (MCD). El circuito se encuentra en MCC cuando la corriente por la bobina L nunca llega a cero, en caso contrario se dice que el circuito está en MCD.

El parámetro K sirve para determinar en qué modo de conducción se encuentra el circuito, y viene definido por la ecuación:

$$K = \frac{2L}{R_o T} \quad (2.3.36)$$

donde:

K Parámetro adimensional de carga del circuito.

Este parámetro tiene un valor determinado para cada conjunto de parámetros L , R_o y T concretos. Se debe comparar con el valor del parámetro crítico K_c para establecer en qué modo de conducción está el circuito. Siendo K_c función de la relación de transformación a y del ciclo de trabajo D .

Puesto que el valor de la corriente por la bobina determina el modo de conducción, para determinar el valor de K_c , se necesita analizar la corriente por la bobina para el límite entre modos, para después determinar para qué valores del circuito la corriente mínima $I_{L\min}$ se hace cero justo al final del periodo, ya que ese es el momento crítico en el que una variación de cualquier parámetro del circuito hace pasar al circuito a MCC o a MCD.

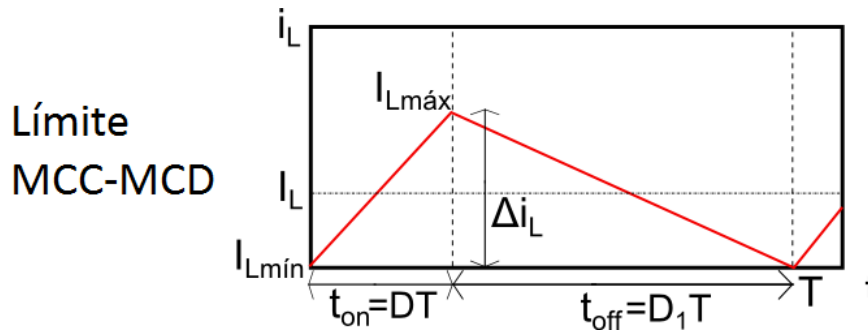


Figura 2.3.7: Corriente por la bobina en el límite entre modos, dónde se destaca que la corriente por la bobina varía $\Delta i_L/2$ por encima y por debajo de la corriente media \bar{i}_L .

Observando la figura 2.3.7, y usando las ecuaciones 2.3.36, 2.3.24, 2.3.28, 2.3.14 y 2.3.12, se calcula la corriente mínima:

$$\begin{aligned}
I_{Lmin} &= \bar{i}_L - \frac{|\Delta i_L|}{2} = kGI_o - \frac{|\Delta i_L|}{2} \\
&= \frac{D + D_1}{D} \frac{\lambda_1 D}{\lambda_1 D + D_1} \frac{V_o}{R_o} - \frac{\frac{V_o}{\lambda_1 L} D_1 T}{2} \\
&= \frac{\lambda_1 (D + D_1)}{\lambda_1 D + D_1} \frac{V_o}{R_o} - \frac{D_1 T V_o}{2 L \lambda_1} \\
&= \frac{\lambda_1 (D + D_1)}{\lambda_1 D + D_1} \frac{V_o}{R_o} - \frac{D_1 T V_o 2}{2 K R_o T \lambda_1} \\
&= \left[\frac{\lambda_1 (D + D_1)}{\lambda_1 D + D_1} - \frac{D_1}{\lambda_1 K} \right] \frac{V_o}{R_o}
\end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmin} = \left[\frac{\lambda_1 (D + D_1)}{\lambda_1 D + D_1} - \frac{D_1}{\lambda_1 K} \right] \frac{V_o}{R_o} \quad (2.3.37)$$

Puesto que el caso que interesa para obtener el parámetro adimensional de carga crítico, es el límite entre modos, y que en ese caso, por estar precisamente en el cambio del MCC al MCD, es indistinto usar el valor de D_1 correspondiente a cualquier modo, se usa el valor de D_1 correspondiente al MCC, por ser mucho más sencillo de calcular. Por tanto, se sustituye la ecuación 2.3.30 en la ecuación 2.3.37 :

$$\begin{aligned}
I_{Lmin} &= \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_1 D + 1 - D} - \frac{1 - D}{K \lambda_1} \right] \frac{V_o}{R_o} \\
&= \left[\frac{\lambda_1}{D(\lambda_1 - 1) + 1} - \frac{1 - D}{\lambda_1 K} \right] \frac{V_o}{R_o}
\end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmin} = \left[\frac{\lambda_1}{D(\lambda_1 - 1) + 1} - \frac{1 - D}{\lambda_1 K} \right] \frac{V_o}{R_o} \quad (2.3.38)$$

Por último, se busca el punto en el que la corriente mínima es justo cero, por lo que se determina el punto crítico haciendo $I_{Lmin} = 0$, por tanto:

$$\begin{aligned}
0 &= \left[\frac{\lambda_1}{D(\lambda_1 - 1) + 1} - \frac{1 - D}{\lambda_1 K_c} \right] \frac{V_o}{R_o} \\
\frac{1 - D}{\lambda_1 K_c} &= \frac{\lambda_1}{D(\lambda_1 - 1) + 1} \\
\frac{\lambda_1 K_c}{1 - D} &= \frac{D(\lambda_1 - 1) + 1}{\lambda_1} \\
K_c &= \frac{D(\lambda_1 - 1) + 1}{\lambda_1^2} (1 - D)
\end{aligned}$$

entonces:

$$K_c = \frac{D(\lambda_1 - 1) + 1}{\lambda_1^2} (1 - D) \quad (2.3.39)$$

Si se recuerda el valor de K_c para un convertidor VRM clásico:

$$K_c = 1 - D \quad (2.3.40)$$

Se observa por comparación, que el impacto producido en el circuito por la inclusión del transformador, que se define como λ_2 es:

$$\lambda_2 = \frac{D(\lambda_1 - 1) + 1}{\lambda_1^2} \quad (2.3.41)$$

Comparando 2.3.41 con 2.3.39, se obtiene una forma más compacta del parámetro adimensional de carga crítico:

$$K_c = \lambda_2 (1 - D) \quad (2.3.42)$$

De nuevo, se recalca, que si $a = 0$, entonces $\lambda_1 = 1$, lo que a su vez provoca $\lambda_2 = 1$, quedando el parámetro adimensional de carga crítico clásico.

2.3.6. Energía máxima en la bobina

Puesto que el tamaño de la bobina viene determinado por la energía máxima que debe almacenar, resulta interesante el cálculo de la energía máxima. Su expresión es:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{1}{2} L I_{Lmáx}^2 \quad (2.3.43)$$

donde:

$\varepsilon_{Lmáx}$ Energía máxima almacenada en la bobina del circuito.

Dónde la corriente máxima se calcula fácilmente cambiando el signo del segundo término de la expresión 2.3.37 correspondiente a $I_{Lmín}$, lo que da como resultado:

$$I_{Lmáx} = \overline{i_L} + \frac{|\Delta i_L|}{2} = \left[\frac{\lambda_1 (D + D_1)}{\lambda_1 D + D_1} + \frac{D_1}{\lambda_1 K} \right] \frac{V_o}{R_o} \quad (2.3.44)$$

2.4. Ecuaciones en MCC

Las ecuaciones que se van a desarrollar en esta sección corresponden a las demostradas en la sección 2.3 particularizadas para el MCC, estas ecuaciones muestran explícitamente la influencia de la variable estudia a , correspondiente a la relación de transformación. Así mismo se facilita la comparación con las expresiones correspondiente al circuito clásico equivalente.

A continuación se exponen las ecuaciones en MCC en el orden típico de uso. El desarrollo de dichas ecuaciones, cuando no es directo, se puede encontrar en el apéndice A.

Para facilitar la comparación con el circuito clásico, se muestran las ecuaciones en función del circuito clásico correspondiente con las mismas variables iniciales. Se especificará a que circuito se refiere la variable en cada caso de la siguiente manera:

- Subíndice n para el VRM-TLP.
- Subíndice a para el VRM clásico.

2.4.1. Relación de transformación a

La relación de transformación es la nueva variable introducida en el circuito, y nos permitirá actuar sobre este, cuanto mayor sea su valor, más corriente se desviará por el secundario del transformador, y por tanto, menos corriente pasará por la bobina del circuito, esto es independiente del modo de conducción y en un VRM clásico $a = 0$. Se define como:

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (2.4.1)$$

Se puede interpretar, a partir de la definición de la relación de transformación, qué implicaciones subyacen tras el hecho de que $a = 0$ en un VRM clásico. Desde un punto de vista matemático, se puede obtener $a = 0$ haciendo $N_p = 0$, lo que equivale a decir que la tensión que cae en el primario es cero ($v_p = 0$), esto significa que existe un cortocircuito en ese tramo; adicionalmente de la definición se extrae que la corriente por el secundario es cero, $i_s = 0$, lo que equivale a decir que el circuito relativo al secundario del transformador está abierto en ese tramo.

Si se analizan estos dos hechos de forma conjunta sobre el circuito, se observa que como es de esperar, cortocircuitar el primario y abrir el circuito en el secundario equivale a tener el VRM clásico de nuevo, es decir a quitar el transformador.

Por otro lado, matemáticamente, podríamos tender hacia $a = 0$, para valores de N_s que tienden a ∞ , esto implicaría, una gran caída de tensión en el secundario junto con mucha corriente en el primario, lo que tiende al caso clásico, o lo que es lo mismo, circuito abierto en el secundario y cortocircuito en el primario.

De este análisis se concluye que se puede controlar la cercanía con el caso clásico a través de la relación de transformación, obteniendo un circuito más parecido al del caso clásico, cuanto más cerca esté la relación de transformación de cero, ya sea a través de valores bajos de N_p o altos de N_s .

2.4.2. Parámetro de carga crítico K_c

A continuación se muestra el parámetro de carga crítica, para ver su cálculo véase el apéndice A. Este parámetro marca la frontera entre modos de conducción:

$$K_{cn} = [1 + a(1 - D)](1 + a)(1 - D) = [1 + a(1 - D)](1 + a)K_{ca} \quad (2.4.2)$$

La inclusión del transformador siempre provocará un aumento en el parámetro de carga crítico. Este aumento viene derivado de la disminución de la corriente por la bobina, lo que hará más probable que la bobina deje de conducir en alguna fracción del periodo.

2.4.3. Parámetro de carga del circuito K

Para ver en qué modo se encuentra el circuito se calcula el parámetro adimensional de carga del circuito, este parámetro es independiente del modo de conducción y en un VRM clásico toma el mismo valor que en el VRM-TLP. Su valor es:

$$K = \frac{2L}{R_o T} \quad (2.4.3)$$

Se sabe que si $K > K_c$ estaremos en MCC, y en caso contrario en MCD.

2.4.4. Parámetro de modo de conducción χ

Con este parámetro se normaliza la determinación del modo de conducción, su definición es:

$$\chi_n = \frac{K}{K_c} = \frac{K}{[1 + a(1 - D)](1 + a)(1 - D)} = \frac{1}{[1 + a(1 - D)](1 + a)} \chi_a \quad (2.4.4)$$

Por tanto, para cualquier circuito, si $\chi > 1$ estaremos en MCC, y en caso contrario en MCD. Se observa que al añadir un transformador al VRM clásico, el parámetro siempre disminuye estando la disminución entre $\frac{1}{(1+a)^2}$ para $D = 0$, y $\frac{1}{1+a}$ para $D = 1$.

Esto se traduce en que un VRM clásico en MCC, puede pasar a MCD al añadirle el transformador, siendo imposible lo contrario. Esto es lógico, puesto que al desviar parte de la corriente proveniente del diodo a través del secundario, la bobina recibirá menos corriente, disminuyendo el valor de su corriente media, por tanto, cuanto mayor sea el valor de la relación de transformación a , menor la corriente en la bobina, y más probable que la bobina deje de conducir en alguna fracción del período.

2.4.5. Ganancia del convertidor G

Se muestra la ganancia del circuito, para ver su cálculo véase el apéndice A. La ganancia toma el valor:

$$G_n = \frac{D}{1 + a(1 - D)} = \frac{1}{1 + a(1 - D)} G_a \quad (2.4.5)$$

Dado que a siempre es mayor que cero, y que D siempre es menor que 1, se concluye que, la ganancia del convertidor VRM-TLP será menor que la ganancia del convertidor VRM clásico correspondiente.

Se observa que la diferencia dependerá de cómo de alejado está a de cero,

que es el equivalente al circuito clásico. Así mismo, si existe un transformador ($a \neq 0$), la diferencia será menor cuanto mayor sea el ciclo de trabajo.

Una vez calculada la ganancia, el resto de variables se pueden calcular a partir de esta y de las variables de estado del circuito.

2.4.6. Tensión de salida V_o

La tensión de salida toma el valor:

$$V_{on} = GV_i = \frac{1}{1+a(1-D)} DV_i = \frac{1}{1+a(1-D)} V_{oa} \quad (2.4.6)$$

2.4.7. Corriente de salida I_o

La corriente de salida toma el valor:

$$I_{on} = \frac{V_o}{R_o} = \frac{1}{1+a(1-D)} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{1}{1+a(1-D)} I_{oa} \quad (2.4.7)$$

2.4.8. Corriente de entrada $\overline{i_i}$

La corriente de entrada, según se calculó en 2.3.18, toma el valor:

$$\overline{i_{in}} = G^2 \frac{V_i}{R_o} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} D \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \frac{D^2 V_i}{R_o} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \overline{i_{ia}} \quad (2.4.8)$$

Así mismo, como se explica en la sección 2.3.3.1, se recuerda que el convertidor se puede considerar equivalente a un transformador con relación de transformación:

$$a' = \frac{1+a(1-D)}{D} = \frac{V_i}{V_o} = \frac{I_o}{\overline{i_i}} \quad (2.4.9)$$

2.4.9. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$

La corriente por la bobina se determina en el apéndice A, y toma el valor:

$$\overline{i_{Ln}} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \frac{DV_i}{R_o} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \overline{i_{Ln}} \quad (2.4.10)$$

2.4.10. Variación de la corriente por la bobina Δi_L

Para ver el cálculo de la variación de la corriente por la bobina véase el apéndice A. Toma el valor:

$$\Delta i_{Ln} = \pm \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o} = \pm \frac{(1+a)}{1+a(1-D)} \Delta i_{La} \quad (2.4.11)$$

2.4.11. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$

La corriente máxima por la bobina también se puede encontrar en el apéndice A, siendo su valor:

$$I_{Lmáxn} = \frac{K + (1+a)(1-D)[1+a(1-D)]}{[1+a(1-D)]^2} \frac{1}{K} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{K + (1+a)(1-D)[1+a(1-D)]}{[1+a(1-D)]^2 [[K + (1-D)]]} I_{Lmáxa} \quad (2.4.12)$$

O si se usa 2.4.2:

$$I_{Lmáxn} = \frac{1}{[1+a(1-D)]^2} \frac{K + K_c}{K} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{1}{[1+a(1-D)]^2} \frac{K + K_{cn}}{K + K_{ca}} I_{Lmáxa} \quad (2.4.13)$$

2.4.12. Corriente por el primario $\overline{i_p}$

Puesto que la corriente por el primario es igual a la corriente por la bobina en t_{off} , en MCC, es directa la deducción :

$$\overline{i_p} = (1-D) \overline{i_L} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \frac{(1-D) DV_i}{R_o} \quad (2.4.14)$$

Para el VRM clásico sin transformador ($a = 0$), esta ecuación es igual a la corriente por el diodo.

2.4.13. Corriente por el secundario $\overline{i_s}$

La definición del transformador proporciona de forma directa el resultado:

$$\overline{i_s} = a \overline{i_p} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \frac{a(1-D) DV_i}{R_o} \quad (2.4.15)$$

2.4.14. Corriente por el diodo $\overline{i_D}$

Por observación de la figura 2.3.4, se concluye que la corriente por el diodo es igual a la corriente por el primario más la corriente por el secundario:

$$\overline{i_{Dn}} = \overline{i_p} + \overline{i_s} = \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \frac{(1+a)(1-D)DV_i}{R_o} = (1+a) \left[\frac{1}{1+a(1-D)} \right]^2 \overline{i_{Da}} \quad (2.4.16)$$

Se puede ampliar el concepto de relación de transformación visto en la ecuación 2.4.9, para relacionar todas la variables vistas hasta ahora obteniendo:

$$\begin{aligned} a' = \frac{1}{G} &= \frac{1+a(1-D)}{D} = \frac{V_i}{V_o} = \frac{I_o}{\overline{i_i}} = \frac{1}{D} \frac{I_o}{\overline{i_L}} = \frac{1-D}{D} \frac{I_o}{\overline{i_p}} = \frac{a(1-D)}{D} \frac{I_o}{\overline{i_s}} \\ &= \frac{(1+a)(1-D)}{D} \frac{I_o}{\overline{i_D}} = \frac{K}{2(1+a)(1-D)} \frac{\Delta i_L}{\overline{i_i}} = \frac{K[1+a(1-D)]}{K+K_c} \frac{I_{Lmáx}}{\overline{i_i}} \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

2.4.15. Energía máxima en la bobina

Se puede ver la deducción de la energía máxima necesaria en la bobina en el apéndice A. Su valor es:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Lmáxn} &= \frac{\{K + (1+a)(1-D)[1+a(1-D)]\}^2 \frac{T}{4K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o}}{[1+a(1-D)]^4} \\ &= \frac{\{K + (1+a)(1-D)[1+a(1-D)]\}^2}{[1+a(1-D)]^4 [K + (1-D)]^2} \varepsilon_{Lmáxa} \end{aligned} \quad (2.4.18)$$

O si se usa 2.4.2:

$$\varepsilon_{Lmáxn} = \frac{1}{[1+a(1-D)]^4} \frac{1}{4} \frac{[K+K_c]^2}{K} \frac{D^2 V_i^2}{f R_o} = \frac{1}{[1+a(1-D)]^4} \left(\frac{K+K_{cn}}{K+K_{ca}} \right)^2 \varepsilon_{Lmáxa} \quad (2.4.19)$$

Esta ecuación muestra que la energía en el VRM-TLP será menor para valores de K medios y altos, siendo mayor la diferencia cuanto mayor sea la relación de transformación, pero para valores de K bajos, se invierte la tendencia.

2.4.16. Conclusiones

Las ecuaciones obtenidas para MCC, muestran que la inclusión del transformador provocará una disminución en la ganancia, y ello lleva asociado una disminución en las corrientes. Esto es significativo para la corriente a través de la bobina del circuito, ya que esto provocará que la energía necesaria en la bobina sea menor, y por tanto, sea más pequeña.

Sin embargo, este análisis, considerando únicamente MCC, sólo es válido para valores muy altos de K , tanto más altos cuanto mayor sea la relación de transformación del transformador que se desea introducir, esto es una consecuencia directa del aumento que provoca el transformador en el parámetro adimensional de carga crítico representado por la ecuación [2.4.2](#).

En el siguiente apartado se considerarán las consecuencias asociadas al aumento del parámetro adimensional de carga crítico, ya que las curvas del convertidor VRM-TLP cambiarán de modo de conducción, reduciéndose rápidamente el rango de ciclo de trabajo D , que mantiene al circuito en modo de conducción continua.

2.5. Estudio gráfico

Como se comprueba en la ecuación 2.4.17, la ganancia es una variable clave, y relaciona las distintas variables del convertidor VRM-TLP. Por tanto, se analizará gráficamente la ganancia y su evolución con la relación de transformación y el ciclo de trabajo. La expresión correspondiente al MCC es la ecuación 2.4.5, y la ecuación correspondiente a MCD es la correspondiente al caso clásico, como se comprueba al sustituir la ecuación 2.3.35 en 2.3.14.

$$G = \begin{cases} \frac{1}{1+a(1-D)}D & \text{si MCC} \\ \frac{2}{1+\sqrt{1+\frac{4K}{D^2}}} & \text{si MCD} \end{cases} \quad (2.5.1)$$

2.5.1. Curva crítica

Esta curva separa los pares de puntos (a, D) correspondientes a MCC, de los correspondientes a MCD, y existe una para cada valor de K . Para adaptar la curva a las distintas gráficas a representar se expresará de tres formas distintas. Estas son:

1. $a_c(D, K)$
2. $D_c(a, K)$
3. $G_c(D, K)$

2.5.1.1. Relación de transformación crítica $a_c(D, K)$

Para calcular $a_c(D, K)$ se usa la condición de criticidad del circuito:

$$\begin{aligned} K_c &= K \\ (1+a)[1+a(1-D)](1-D) &= K \\ (1+a)[1+a(1-D)] &= \frac{K}{(1-D)} \\ 1+a(1-D)+a+a^2(1-D) &= \frac{K}{(1-D)} \\ (1-D)a^2 + (1+1-D)a + 1 - \frac{K}{(1-D)} &= 0 \\ (1-D)a^2 + (2-D)a + \frac{1-D-K}{(1-D)} &= 0 \end{aligned}$$

$$a = \frac{-(2-D) + \sqrt{(2-D)^2 - 4(1-D)\frac{1-D-K}{1-D}}}{2(1-D)}$$

$$a = \frac{\sqrt{(2-D)^2 - 4(1-D-K) + D - 2}}{2(1-D)}$$

$$a = \frac{\sqrt{4 + D^2 - 4D - 4 + 4D + 4K} + D - 2}{2(1-D)}$$

$$a = \frac{\sqrt{D^2 + 4K} + D - 2}{2(1-D)}$$

entonces:

$$a_c(D, K) = \frac{\sqrt{D^2 + 4K} + D - 2}{2(1-D)} \quad (2.5.2)$$

El punto más bajo para cada valor de K corresponde a $a_c(0, K) = \sqrt{K} - 1$.
A continuación se representa dicha función para distintos valores de K :

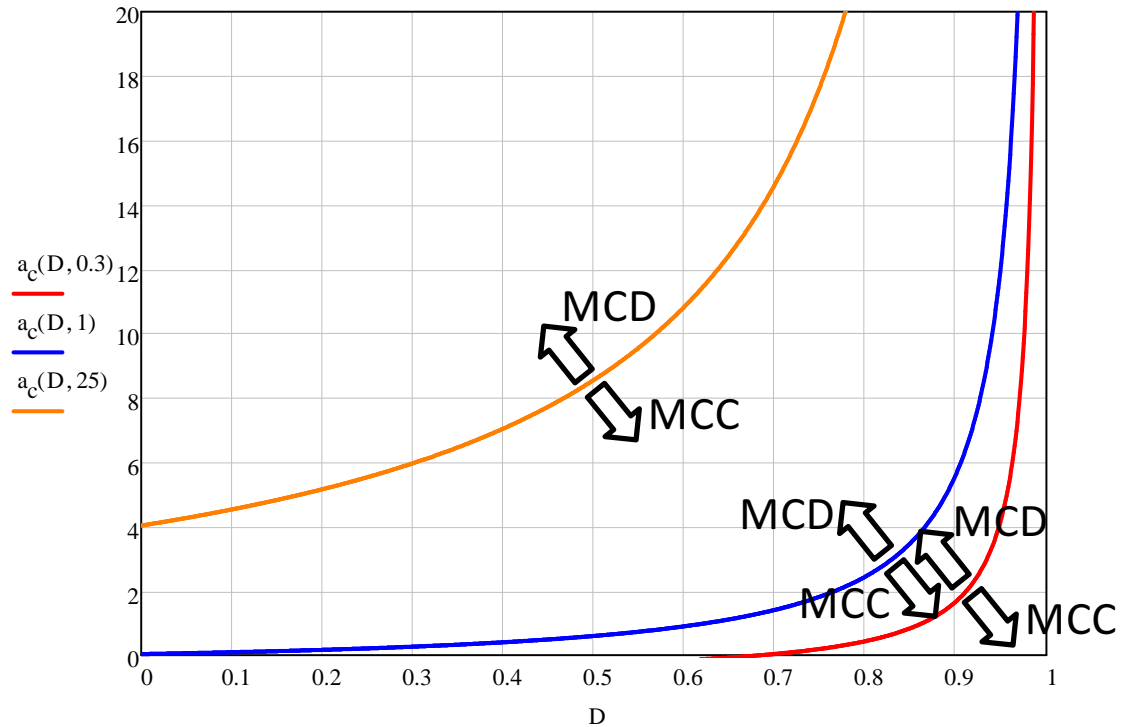


Figura 2.5.1: Relación de transformación crítica en función de D para distintos valores de K .

La figura 2.5.1 muestra que la relación de transformación crítica aumenta

con el aumento de valores de D , siendo este aumento mucho más acusado para valores de D cercanos a 1. Así mismo, el aumento de K , desplaza la curva hacia arriba, y la vuelve más lineal.

En la gráfica, los puntos por encima de la curva son puntos que proporcionan el estado MCD, en cambio los puntos por debajo de la curva corresponden a puntos en MCC. Se observa que, como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia arriba dejando el punto por debajo de la curva.

Finalmente, se puede observar que si el parámetro adimensional de carga es muy pequeño habrá rangos de D , donde ningún valor de relación de transformación producirá el cambio de MCD a MCC.

2.5.1.2. Ciclo de trabajo crítico $D_c(a, K)$

Despejando esta vez D , se puede obtener $D_c(a, K)$:

$$\begin{aligned}
 (1+a)[1+a(1-D)](1-D) &= K \\
 (1+a-aD)(1-D) &= \frac{K}{(1+a)} \\
 1+a-aD-D-aD+aD^2 - \frac{K}{(1+a)} &= 0 \\
 aD^2 - (1+2a)D + \left(1+a - \frac{K}{1+a}\right) &= 0 \\
 D &= \frac{1+2a - \sqrt{(1+2a)^2 - 4a\left(1+a - \frac{K}{1+a}\right)}}{2a}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D_c(a, K) = \frac{1+2a - \sqrt{(1+2a)^2 - 4a\left(1+a - \frac{K}{1+a}\right)}}{2a}} \quad (2.5.3)$$

A continuación, en la figura 2.5.2, se representa dicha función para distintos valores de K .

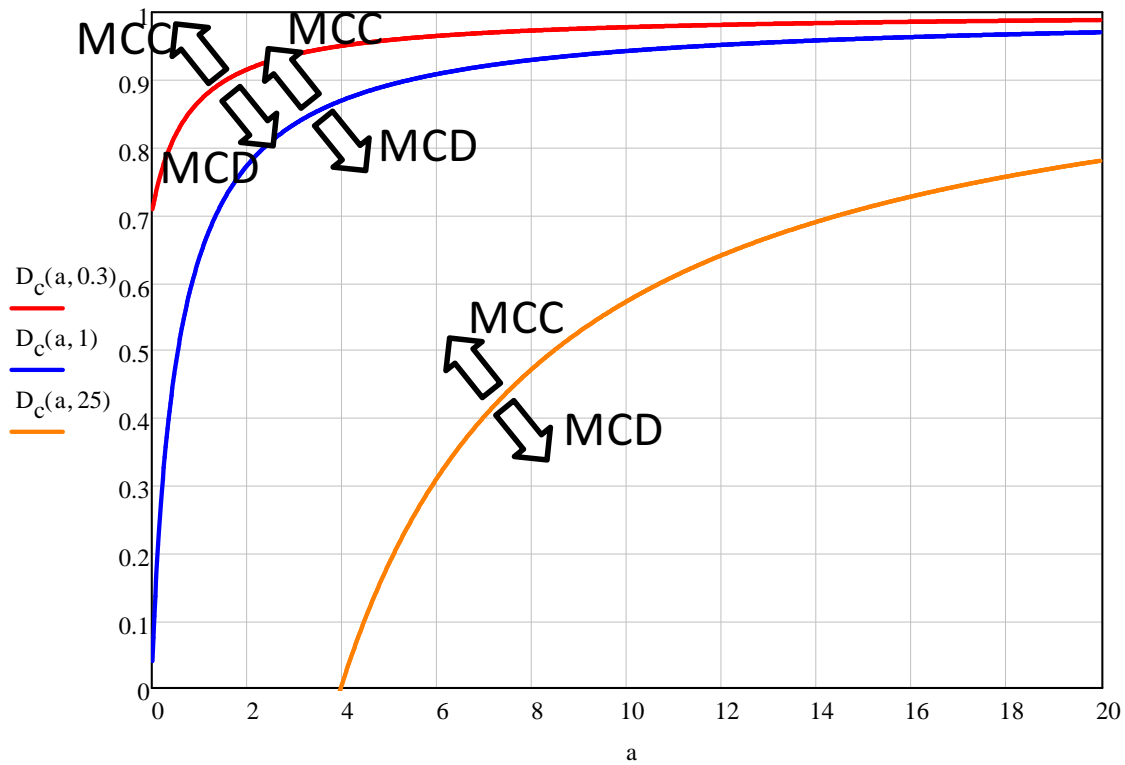


Figura 2.5.2: Ciclo de trabajo crítico en función de a para distintos valores de K .

La figura 2.5.2 muestra que el ciclo de trabajo crítico aumenta con el aumento de valores de a , siendo este aumento mucho más acusado para valores bajos de a . Así mismo, el aumento de K , desplaza las curvas hacia abajo, y la vuelve más lineal.

En la gráfica, los puntos por encima de la curva son puntos que proporcionan el estado MCC, en cambio los puntos por debajo de la curva corresponden a puntos en MCD. Se observa que como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia abajo dejando el punto sobre la curva.

2.5.1.3. Ganancia crítica en función del ciclo de trabajo $G_c(D, K)$

Se obtiene la ganancia crítica en función D y de K sustituyendo 2.5.2 en 2.5.1:

$$G_c(D, K) = \frac{D}{1 + a_c(D, K)(1 - D)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{D}{1 + \frac{\sqrt{D^2 + 4K} + D - 2}{2(1-D)}} (1 - D) \\
&= \frac{D}{1 + \frac{\sqrt{D^2 + 4K} + D - 2}{2}} \\
&= \frac{D}{\frac{2 + \sqrt{D^2 + 4K} + D - 2}{2}} \\
&= \frac{2D}{\sqrt{D^2 + 4K} + D} \\
&= \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2}}}
\end{aligned}$$

entonces:

$$G_c(D, K) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2}}} \quad (2.5.4)$$

Se debe notar que la curva crítica corresponde al valor de la ganancia en MCD, esto es consecuencia de que la ganancia en MCD no dependa de la relación de transformación.

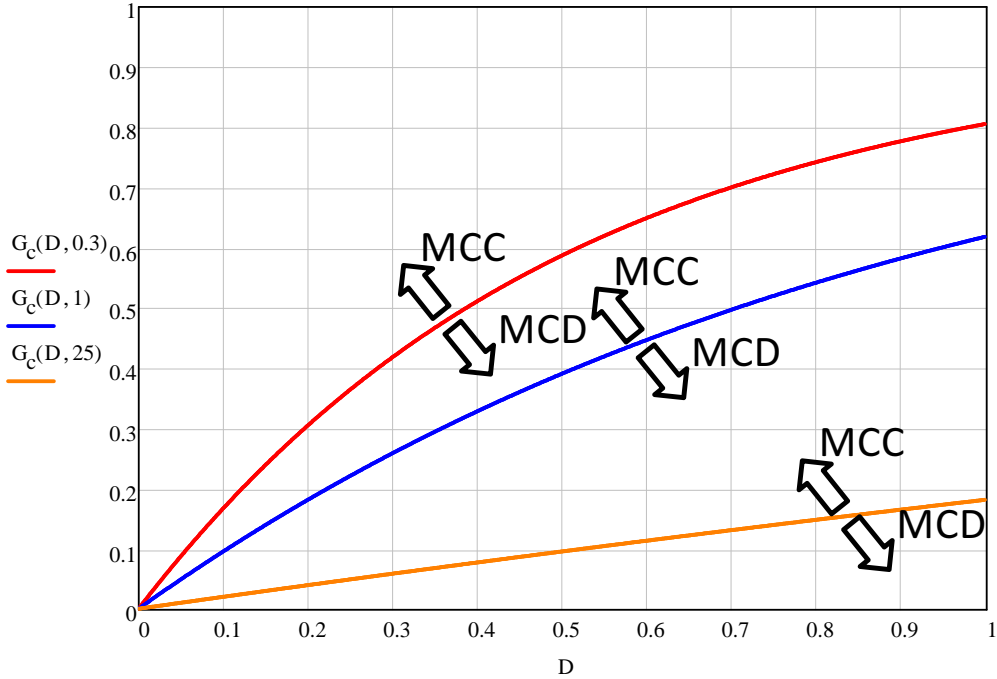


Figura 2.5.3: Ganancia crítica en función de D para distintos valores de K .

La figura 2.5.3 muestra que la ganancia crítica aumenta con el aumento de valores de D . Así mismo, el aumento de K , hace rotar la curva alrededor del origen en sentido horario.

En la gráfica, los puntos por encima de la curva son puntos que proporcionan el estado MCC, en cambio los puntos por debajo de la curva corresponden a puntos en MCD. Se observa que como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia abajo dejando el punto por encima de la curva.

2.5.2. Análisis de la ganancia

Teniendo en cuenta las ecuaciones 2.5.1, y 2.5.3. La función que se va a estudiar es:

$$G(a, D, K) = \begin{cases} \frac{1}{1+a(1-D)}D & \text{si } D \geq D_c(a, K) \\ \frac{2}{1+\sqrt{1+\frac{4K}{D^2}}} & \text{si } D < D_c(a, K) \end{cases} \quad (2.5.5)$$

Para entender mejor la influencia del transformador se analizará inicialmente la curva correspondiente al caso clásico únicamente en MCC, esta curva corresponde a $G(0, D, K) = D$, supuesto que K es suficientemente grande como para tener MCC en todo el rango de D .

En la figura 2.5.4 se observa que en el VRM clásico la ganancia y el ciclo de trabajo toman el mismo valor y la función es lineal.

Y en la figura 2.5.5 se representan las gráficas para distintos valores de relación de transformación, suponiendo nuevamente que K es suficientemente grande para que todas las curvas estén en MCC todo el rango de D .

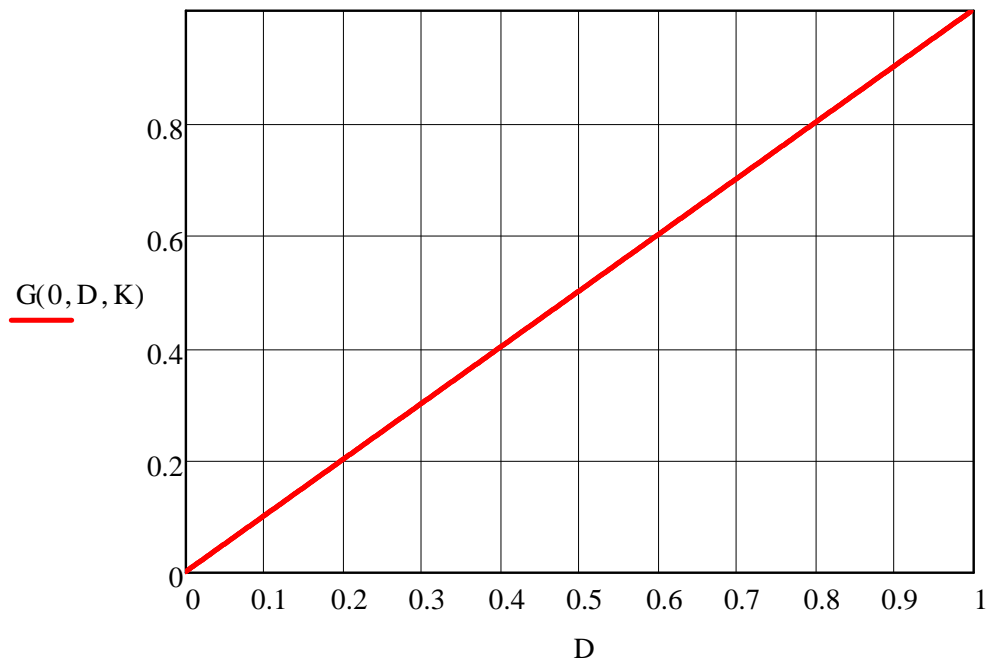


Figura 2.5.4: Ganancia del VRM clásico en función de D , para MCC en todo el rango de D .

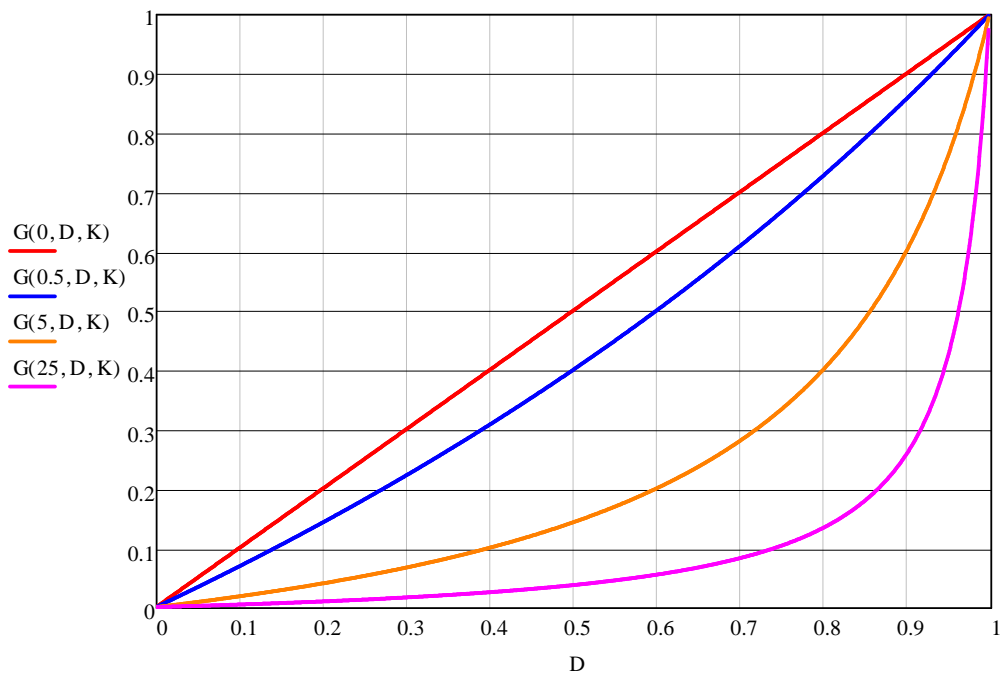


Figura 2.5.5: Ganancia del VRM clásico y VRM-TLP en función de D , para MCC en todo el rango de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a .

Las curvas muestran que la introducción del transformador hace que la curva se “estire” hacia la esquina inferior derecha, manteniendo el inicio y el fin de la curva fijos, por tanto, cuanto mayor sea la relación de transformación, más se “estirará” la curva.

La forma de la curva al introducir un transformador, indica que para valores bajos de D es posible conseguir ganancias bajas y más estables para ciclos de trabajo pequeños, ya que la variación de la ganancia con el ciclo de trabajo es menor. En cambio, si el ciclo de trabajo es alto, se producen bruscos cambios de ganancia para pequeños cambios en el ciclo de trabajo, lo que complica el control. Esto indica que el VRM-TLP en estudio es indicado para trabajar con ganancias bajas y ciclos de trabajo centrados, pudiendo obtenerse un ciclo de trabajo centrado, ganancias bajas y mayor estabilidad en el control del circuito.

Sin embargo, es en este caso de parámetro K muy alto, cuando se obtienen los mayores beneficios al introducir un transformador, puesto que la curvas conservan el modo de conducción continuo en todo el rango, aún a pesar de que el transformador provoque una fuerte disminución en la corriente por la bobina. No obstante, esto no es una situación habitual, porque significaría que el VRM clásico que se pretende sustituir está sobredimensionado, y tiene una bobina mucho más grande que la necesaria para un diseño eficiente.

Si se incluye finalmente la posibilidad de cambio de modo de conducción, para ello será necesario utilizar la gráfica de la ganancia crítica correspondiente a la ecuación 2.5.4. Hasta ahora, se había considerado el valor de K , tan alto que la curva crítica estaba muy cerca del eje de abscisas, pero como se ve en la figura 2.5.3, al disminuir el valor de K , la curva va girando en sentido antihorario, hasta empezar a cortar a las curvas de la ganancia.

A continuación, en la figura 2.5.6, se muestran las curvas para un valor de K suficientemente bajo.

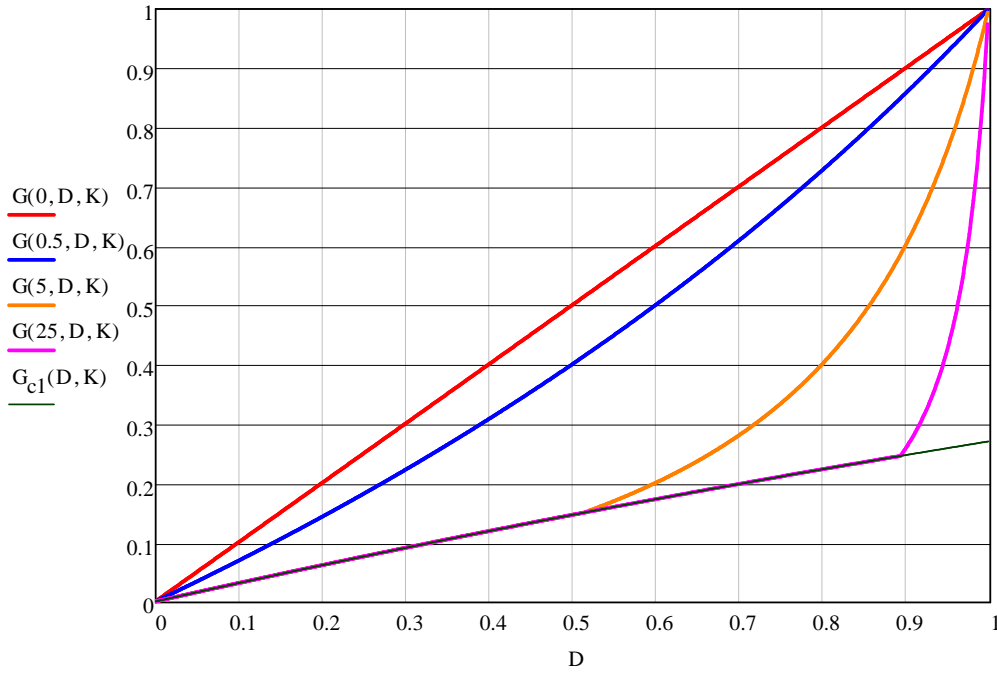


Figura 2.5.6: Ganancia del VRM clásico y VRM-TLP en función de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a . El valor de K es suficientemente bajo para que algunas curvas cambien a MCD en algún tramo del rango de D .

Como se puede ver, las curvas en MCC siguen siendo las mismas, ya que no dependen de K , pero al cortar a la curva crítica, cambian a MCD, y todas pasan a ser iguales independientemente del valor de a . No obstante, es importante señalar, que aunque todas las curvas son iguales en MCD, cada una corta a la curva crítica en un lugar distinto, para un mismo valor de K . Esto implica, que cuanto mayor sea el valor de la relación de transformación, menor será el rango de D en el que el circuito permanece en MCC.

La curva de la ganancia en MCC tras introducir el transformador se acerca al eje de abscisas, esto junto con la evolución de la ganancia crítica con K , que rota alrededor del origen en sentido horario, provoca que sea necesario un valor muy alto de K , para conseguir tener todo el rango de D , en MCC, pudiendo llegar a ser la energía máxima necesaria en la bobina mayor que la necesaria para el VRM clásico.

Adicionalmente se observa que el rango de D , siempre está acotado superiormente por 1, e inferiormente por la intersección entre la curva crítica y la curva en MCC.

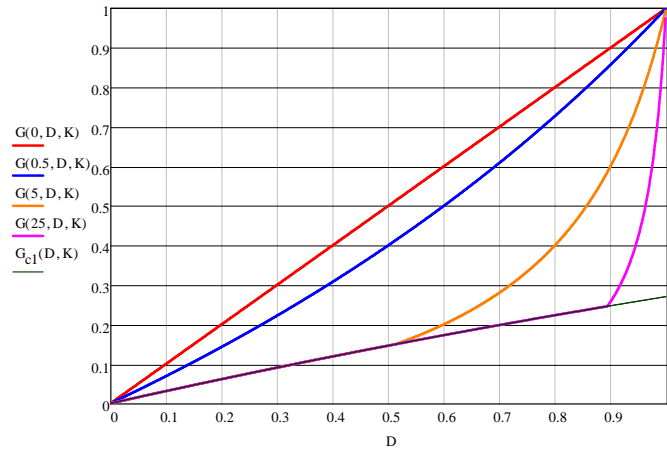
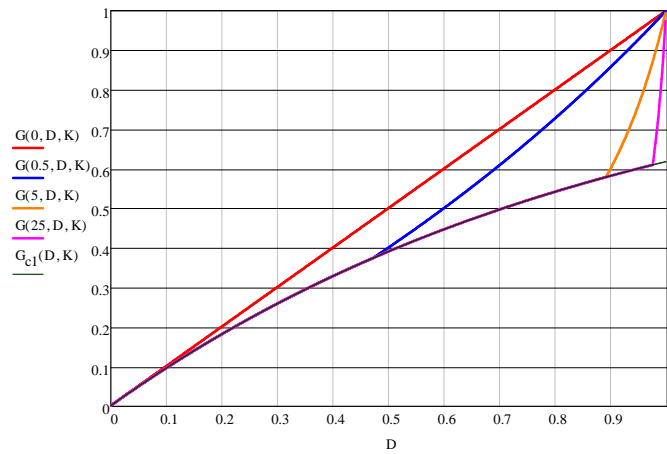
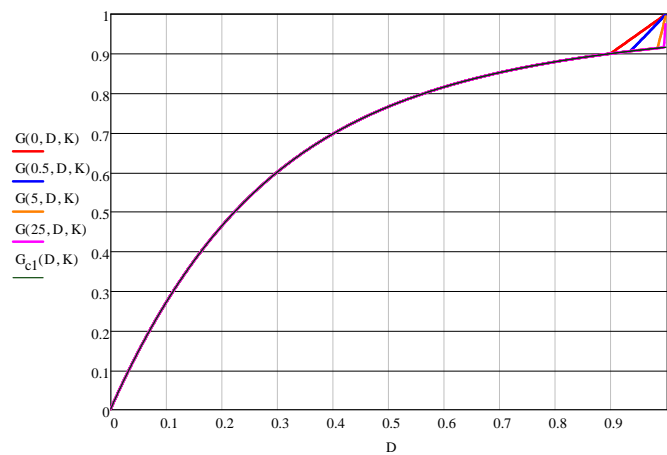
(a) Valor de K alto.(b) Valor de K intermedio.(c) Valor de K bajo.

Figura 2.5.7: Ganancia del VRM clásico y VRM-TLP en función de D . Se muestran varias gráficas para distintos valores de K , y para cada gráfica varias curvas para distintos valores de α .

Como último análisis en la figura 2.5.7, se mostrarán las gráficas para distintos valores de K que van reduciéndose. Dichas gráficas muestran que según se va reduciendo el valor de K , la curva crítica va rotando alrededor del origen, en sentido antihorario, haciendo cambiar de modo de conducción a las curvas que va cortando, siendo la curva correspondiente al VRM Clásico la última en empezar a cambiar de modo de conducción.

Se observa, que puesto que el transformador estira hacia abajo las curvas, cuanto mayor sea la relación de transformación, antes cortará la curva crítica a la curva en MCC, por tanto, para un mismo valor de K , el circuito VRM-TLP siempre tendrá menor valor de rango de ciclo de trabajo en MCC.

2.6. Diseño de un circuito y simulación en PSIM

En esta sección se usarán las ecuaciones desarrolladas en la sección 2.4 para sustituir un convertidor VRM por un convertidor VRM-TLP, así mismo, dicho circuito se analizará mediante su simulación en el programa PSIM.

2.6.1. Ecuaciones de diseño

Se deducen a continuación algunas ecuaciones que resultan útiles para el diseño del VRM-TLP. A partir de la ecuación 2.4.5:

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{D}{1 + a(1 - D)} \\
 [1 + a(1 - D)] G &= D \\
 1 + a(1 - D) &= \frac{D}{G} \\
 a(1 - D) &= \frac{D}{G} - 1 \\
 a &= \frac{D - G}{G(1 - D)}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{a = \frac{D - G}{G(1 - D)}} \quad (2.6.1)$$

Esta ecuación tiene como consecuencia importante, que sólo se puede obtener un valor de ciclo de trabajo mayor que la ganancia que se desea, en caso contrario se obtendría un valor negativo de relación de transformación, lo que no es posible.

Para calcular el valor de K que permite obtener el valor inferior del rango de D deseado, se busca el punto de intersección entre la curva crítica de la ganancia (ecuación 2.5.4) y la curva correspondientes a MCC (ecuación 2.4.5):

$$\begin{aligned}
 \frac{D_i}{1 + a(1 - D_i)} &= \frac{2D_i}{\sqrt{D_i^2 + 4K} + D_i} \\
 1 + a(1 - D_i) &= \frac{\sqrt{D_i^2 + 4K} + D_i}{2} \\
 2[1 + a(1 - D_i)] - D_i &= \sqrt{D_i^2 + 4K}
 \end{aligned}$$

$$\{2[1 + a(1 - D_i)] - D_i\}^2 - D_i^2 = 4K$$

$$K = \frac{\{2[1 + a(1 - D_i)] - D_i\}^2 - D_i^2}{4}$$

entonces:

$$K_i = \frac{\{2[1 + a(1 - D_i)] - D_i\}^2 - D_i^2}{4} \quad (2.6.2)$$

Se puede observar que haciendo $a = 0$, se obtiene la curva correspondiente al caso clásico:

$$K_i = 1 - D_i \quad (2.6.3)$$

Adicionalmente, se puede observar que si se desea tener todo el rango de D , se debe hacer $D_i = 0$, con lo que se obtiene:

$$K_0 = (1 + a)^2 \quad (2.6.4)$$

Que para el caso clásico corresponde a:

$$K_0 = 1 \quad (2.6.5)$$

Las dos expresiones se han representado en la figura 2.6.1:

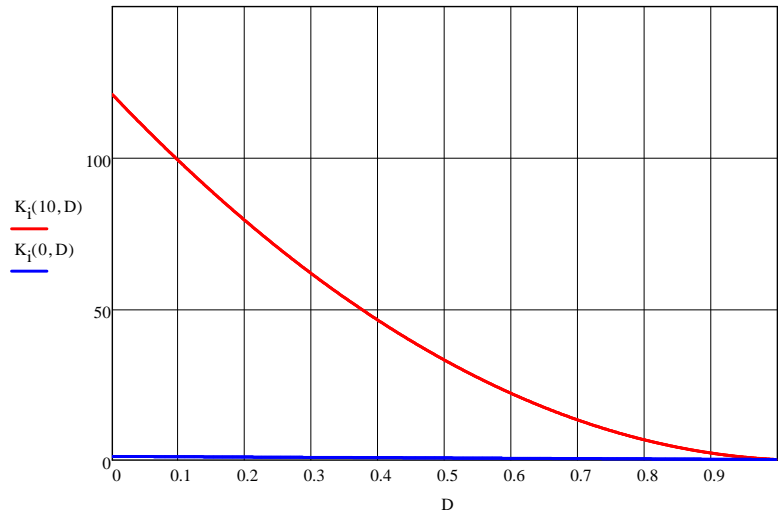


Figura 2.6.1: Diferencia entre el valor de K_i nuevo y clásico para distintos valores de D_i .

Se observa que siempre habrá que aumentar el valor de K_i , para mantener el mismo rango que en el caso clásico, y que ese aumento es exponencialmente mayor según se pretenda un valor de D_i más cercano a 0.

Por otro lado, comparando la energía máxima en una bobina del VRM clásico, con la de la bobina en el VRM-TLP, con las mismas condiciones; usando la definición de energía en la bobina y las ecuaciones 2.3.36 y 2.4.13, se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 \eta_{\varepsilon L} &= \frac{\frac{1}{2} L_n (I_{Lmáxn})^2}{\frac{1}{2} L_a (I_{Lmáxa})^2} \\
 &= \frac{\frac{R_{on}}{2f_n} K_n \left\{ \frac{K_n + K_{cn}}{K_n [1 + a(1 - D_n)]^2} \frac{D_n V_{in}}{R_{on}} \right\}^2}{\frac{R_{oa}}{2f_a} K_a \left(\frac{K_a + K_{ca}}{K_a} \frac{D_a V_{ia}}{R_{oa}} \right)^2} \\
 &= \frac{\frac{1}{[1 + a(1 - D_n)]^4} \frac{R_{on} K_n (K_n + K_{cn})^2 D_n^2 V_{in}^2}{2f_n K_n^2 R_{on}^2}}{\frac{R_{oa} K_a (K_a + K_{ca})^2 D_a^2 V_{ia}^2}{2f_a K_a^2 R_{oa}^2}} \\
 &= \frac{1}{[1 + a(1 - D_n)]^4} \frac{f_a K_a R_{oa}}{f_n K_n R_{on}} \left(\frac{K_n + K_{cn}}{K_a + K_{ca}} \right)^2 \left(\frac{D_n}{D_a} \right)^2 \left(\frac{V_{in}}{V_{ia}} \right)^2
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\eta_{\varepsilon L} = \frac{1}{[1 + a(1 - D_n)]^4} \frac{f_a K_a R_{oa}}{f_n K_n R_{on}} \left(\frac{K_n + K_{cn}}{K_a + K_{ca}} \right)^2 \left(\frac{D_n}{D_a} \right)^2 \left(\frac{V_{in}}{V_{ia}} \right)^2 \quad (2.6.6)$$

Esta expresión compara el VRM clásico con el VRM-TLP mientras ambos estén en MCC.

2.6.2. Pasos para la sustitución de un VRM clásico por un VRM-TLP

A continuación se describen los pasos que se deben seguir para sustituir un VRM clásico que se encuentra, en el punto crítico, por el VRM-TLP.

- Se determinan cuales son las condiciones de diseño V_i , V_o y R_o . Por lo que $G = \frac{V_o}{V_i}$.
- Se elige un ciclo de trabajo, teniendo en cuenta que sólo es posible elegir $D > G$.

- La relación de transformación que permite ese ciclo de trabajo es:

$$a = \frac{D - G}{G(1 - D)} \quad (2.6.7)$$

- Se elige un valor inferior de ciclo de trabajo D_i , de modo que el rango de D que se obtendrá es $[D_i, 1]$, donde el valor de K_i que lo proporciona:

$$K_i = \frac{\{2[1+a(1-D_i)]-D_i\}^2 - D_i^2}{4}$$

- Ese valor de K se puede obtener variando L , f o R_o , aunque lo habitual es que se cambie L , por lo que el valor de inductancia, que proporciona ese rango de D es:

$$L = \frac{R_o}{2f} K_i \quad (2.6.8)$$

- Finalmente, calculando la corriente de salida por medio de la ley de Ohm, se puede usar la ecuación 2.4.17 para calcular el resto de variables.

2.6.3. Caso de estudio

Se pretende sustituir un VRM clásico con un valor de ganancia muy bajo, que provoca un ciclo de trabajo igual de bajo, por un VRM-TLP con un valor de ciclo de trabajo centrado. Las condiciones iniciales del circuito son:

- $V_i = 12V$
- $V_o = 1V$
- $R_o = 0,2\Omega$
- $f_a = f_n = 100kHz$

La ganancia necesaria para este circuito es:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{12}$$

El VRM clásico necesita un ciclo de trabajo $D = \frac{1}{12}$, que es un valor demasiado cercano a 0. Se usará el VRM-TLP para mejorar las condiciones de ciclo de trabajo.

- Las condiciones de diseño son: $V_i = 12V$, $V_o = 1V$ y $R_o = 0,2\Omega$.

- Se elige $D = 0,5$.
- La relación de transformación que permite ese ciclo de trabajo es:

$$a = \frac{D - G}{G(1 - D)} = 10$$

- Se elige el valor de $D_i = 0$, para conservar todo el rango, por lo que el valor de parámetro adimensional correspondientes es:

$$K_i = \frac{\{2[1+a(1-D_i)]-D_i\}^2 - D_i^2}{4} = 121$$

- Se usa dicho parámetro para calcular la nueva inductancia necesaria para estar en el punto crítico:

$$L_c = \frac{R_o}{2f} K_i = 121 \mu H$$

- La corriente de salida es:

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} = 5A$$

- Usando la ecuación 2.4.17:

$$\begin{aligned} a' &= \frac{1}{G} = 12 \\ \bar{i}_i &= \frac{I_o}{a'} = 0,417mA \\ \bar{i}_L &= \frac{I_o}{a'D} = 0,833mA \\ \Delta i_{Ln} &= \frac{2a'(1+a)(1-D)}{K_c} I_i = 0,455mA \\ I_{Lmáx} &= \frac{a'(K + K_c)}{K[1+a(1-D)]} I_i = 1,061mA \\ \bar{i}_p &= \frac{1-D}{D} \frac{I_o}{a'} = 0,417mA \\ \bar{i}_s &= \frac{a(1-D)}{D} \frac{I_o}{a'} = 4,167mA \\ \bar{i}_D &= \frac{(1+a)(1-D)}{D} \frac{I_o}{a'} = 4,583mA \end{aligned}$$

- Finalmente la definición de energía en la bobina permite obtener la energía máxima:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2}L(I_{Lmáx})^2 = 68,056\mu J$$

La siguiente tabla muestra una comparativa de las variables calculadas para ambos circuitos:

	VRM Clásico	VRM-TLP
V_i	12V	12V
V_o	1V	1V
R_o	0,2 Ω	0,2 Ω
D	0,083	0,5
$[D_i, D_s]_{MCC}$	[0, 1]	[0, 1]
a	-	10
f	100kHz	100kHz
L	1 μH	121 μH
a'	12	12
I_o	5A	5A
\bar{i}_i	0,417mA	0,417mA
\bar{i}_L	5A	0,833mA
Δi_L	9,167A	0,455mA
$I_{Lmáx}$	7,5mA	1,061mA
\bar{i}_p	—	0,417mA
\bar{i}_s	—	4,167mA
\bar{i}_D	4,583mA	4,583mA
ε_L	28,125 μJ	68,056 μJ

Se observa que los principales cambios se encuentran en una gran disminución de la corriente media por la bobina y de la variación de la corriente, y que en contrapartida es necesaria una inductancia mucho mayor para mantener el mismo rango de D .

Así mismo, se puede ver como gran parte de la corriente que circula por la rama del diodo es derivada por el secundario, reduciendo la corriente necesaria en la bobina. La disminución de la corriente media, provoca que para mantener el circuito en MCC sea necesaria una inductancia mucho mayor, que haga las

pendientes de la corriente menos acusadas, consiguiéndose una curva con menos corriente media, y menos variación en la corriente.

Adicionalmente, el cálculo energético muestra que, además de haber aumentado el material magnético introduciendo el transformador, el aumento de L necesario para mantener el rango, provoca que, finalmente, aún disminuyendo la corriente en la bobina, la energía máxima necesaria aumente. Sin embargo, es posible reducir esa diferencia reduciendo el rango de D . Por ejemplo, seleccionando un ciclo de trabajo inferior de $D_i = 0,4$, es necesaria una energía $47,143\mu J$.

2.6.4. Simulación en PSIM

Finalmente se va a verificar los resultados obtenidos teóricamente en la sección anterior mediante la simulación en PSIM.

2.6.4.1. Régimen permanente

En este apartado se analizan los resultados de la simulación para el funcionamiento en régimen permanente del VRM-TLP y el VRM clásico. A continuación se muestran los resultados numéricos y las conclusiones, pudiendo encontrarse las gráficas correspondientes al final de este apartado.

Tensión de salida

Para este análisis se debe tener en cuenta que el condensador usado en ambos circuitos tiene una capacidad $C = 100\mu F$.

La media obtenida para la tensión de salida es:

VRM-TLP (V)		VRM Clásico (V)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,987	1	0,996	1

De la figura 2.6.2 se extraen las siguientes conclusiones:

- Se ha conseguido la misma tensión de salida media en ambos circuitos.
- La tensión media de salida del VRM-TLP es $1V$, como se calculó teóricamente.

- La tensión media de salida del VRM clásico es $1V$, como se calculó teóricamente.
- La tensión de salida del VRM-TLP, tiene un rizado mayor que el VRM clásico, por lo que para mantener el rizado haría falta un condensador mayor.
- El rizado de la tensión de salida del VRM-TLP es menos suave.

Corriente por la bobina

La media obtenida para la corriente por la bobina es:

VRM-TLP (A)		VRM Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,819	0,833	4,979	5

De la figura 2.6.3 se extraen las siguientes conclusiones:

- Ambos circuitos se encuentra en modo de conducción continua.
- La corriente media por la bobina del VRM-TLP es $0,833A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por la bobina del VRM clásico es $5A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente por la bobina en el VRM-TLP, es menor que en el VRM clásico.
- La corriente por la bobina en el VRM-TLP, es más lineal que en el VRM clásico.
- La corriente por la bobina en el VRM-TLP tiene el ciclo de trabajo totalmente centrado, como se seleccionó durante su diseño.
- La corriente por la bobina en el VRM clásico, es muy asimétrica.

Corriente por el condensador

Aunque no se ha calculado teóricamente, a continuación se muestra la corriente por el condensador teniendo en cuenta que para ambos circuitos $C = 100\mu F$.

La media obtenida para la corriente por el condensador es:

VRM-TLP (A)		VRM Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
4,043	—	2,328	—

De la figura 2.6.4 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente por el condensador en el VRM-TLP, tiene un rizado mayor que en el VRM clásico.
- La corriente por el condensador en el VRM-TLP presenta saltos.
- La pendiente de la corriente de bajada de ambos circuitos es paralela.

Corriente por el diodo

La media obtenida para la corriente por el diodo es:

VRM-TLP (A)		VRM Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
4,529	4,583	4,404	4,583

De la figura 2.6.5 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente media por el diodo del VRM-TLP es 4,583A, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el diodo del VRM clásico es 4,583A, como se calculó teóricamente.
- Ambos circuitos conducen únicamente en t_{off} . Compensando el circuito VRM-TLP la menor fracción de periodo disponible, aumentando la corriente máxima de salida, con lo que se consigue que el área bajo la curva se mantenga constante.

Corriente por el interruptor/entrada

En este caso, la corriente por el interruptor, y la corriente de entrada coinciden.

La media obtenida para la corriente por el interruptor es:

VRM-TLP (A)		VRM Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,407	0,417	0,410	0,417

De la figura 2.6.6 se extraen las siguientes conclusiones::

- La corriente media por el interruptor del VRM-TLP es 0,417A, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el interruptor del VRM clásico es 0,417A, como se calculó teóricamente.
- La corriente por el interruptor en el circuito VRM-TLP tiene un valor máximo mucho menor, puesto que tiene más fracción de periodo para conseguir el mismo área bajo la curva que el VRM clásico.

Corrientes por la rama del transformador

La media obtenida para la corriente por el primario:

VRM-TLP (A)	
PSIM	Teórico
0,412	0,417

La media obtenida para la corriente por el secundario:

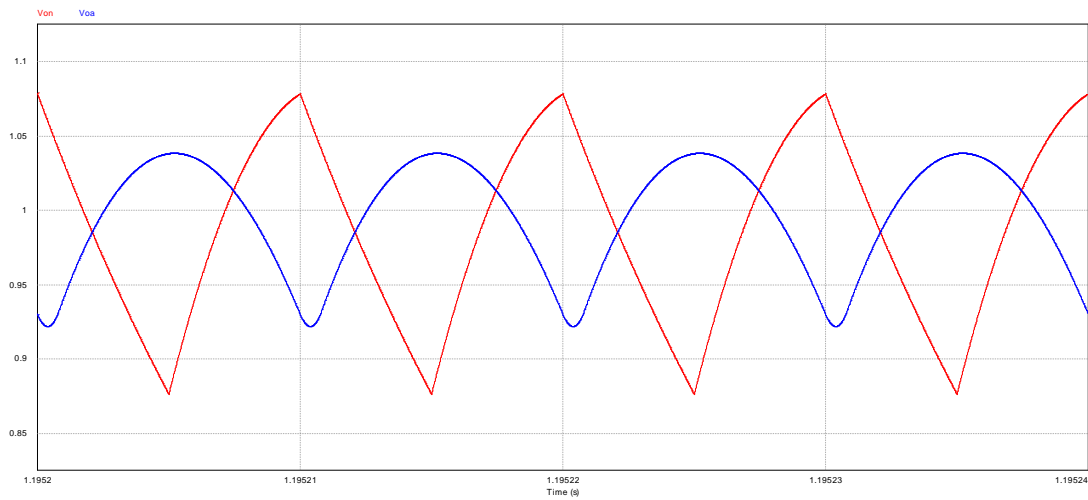
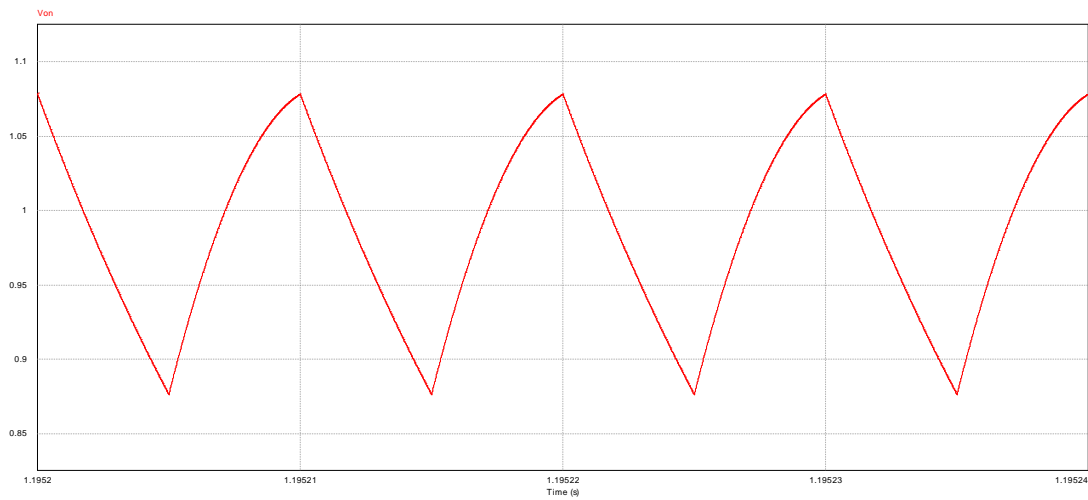
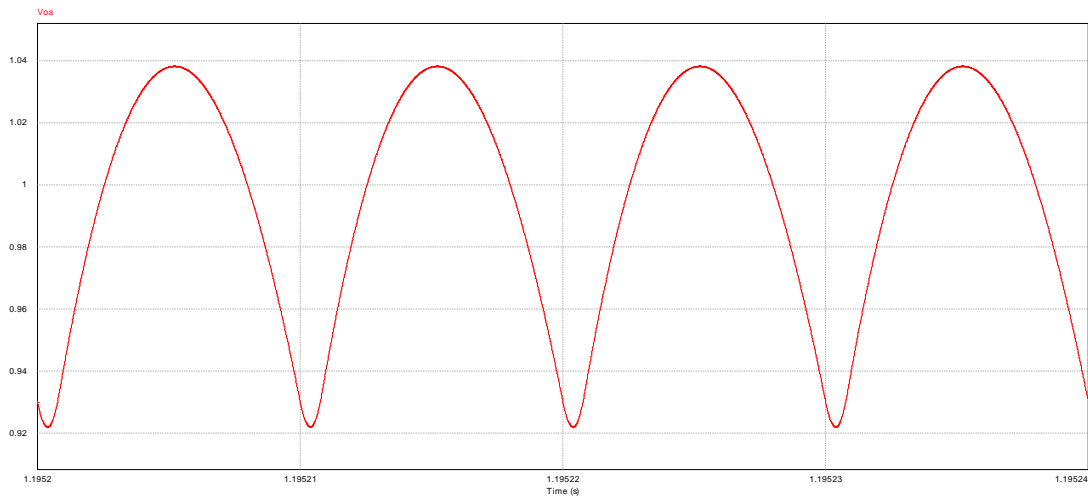
VRM-TLP (A)	
PSIM	Teórico
4,117	4,167

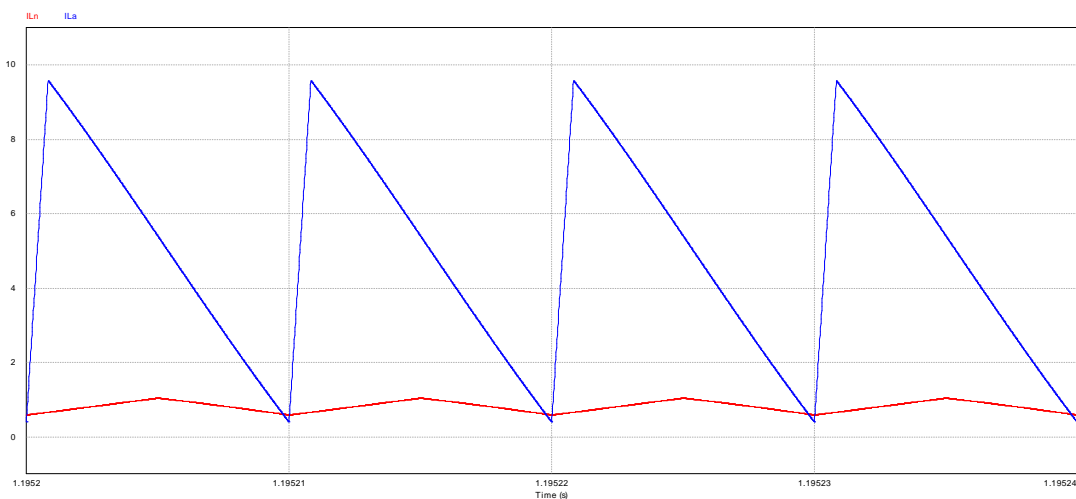
La media obtenida para la corriente por el diodo es:

VRM-TLP (A)	
PSIM	Teórico
4,529	4,583

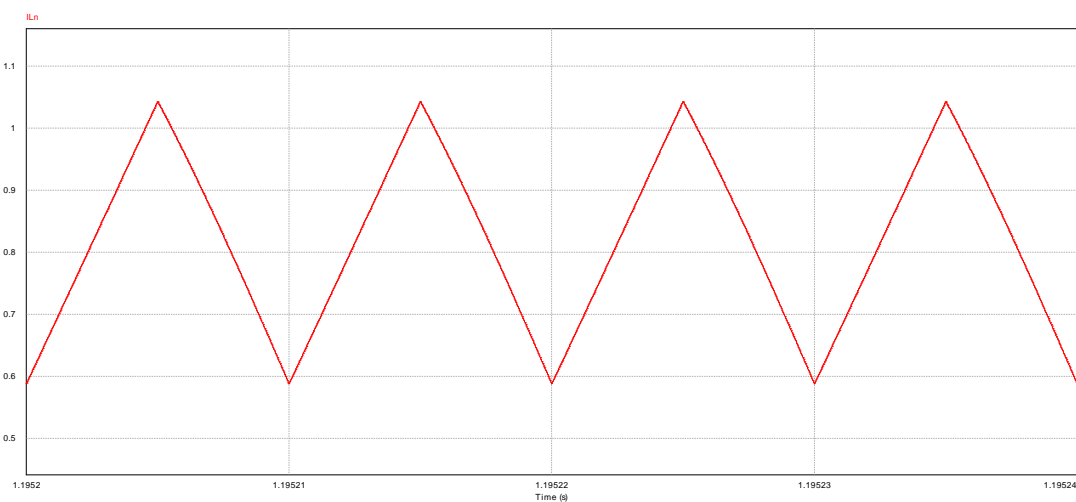
De la figura 2.6.7 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente media por el primario del VRM-TLP es $0,417A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el secundario del VRM-TLP es $4,17A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente por el secundario es $a = 10$ veces la corriente por el primario.
- La corriente por el diodo, es la suma de la corriente por el primario y el secundario del transformador.

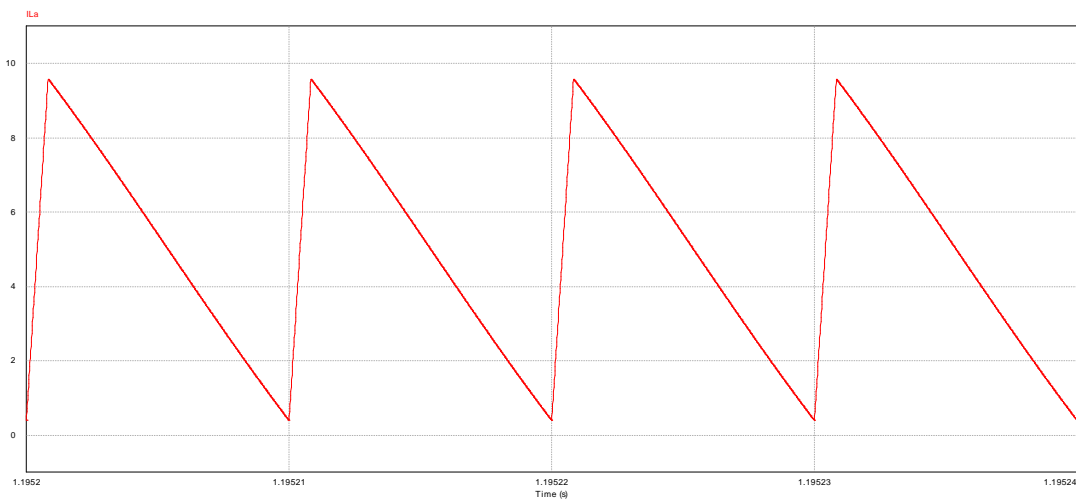
Tensión de salida*(a) Tensión de salida en los dos circuitos VRM.**(b) Detalle de la tensión de salida en el VRM-TLP.**(c) Detalle de la tensión de salida en el VRM clásico.**Figura 2.6.2: Comparación de tensiones de salida.*

Corriente por la bobina

(a) Corriente por la bobina en los dos circuitos VRM.

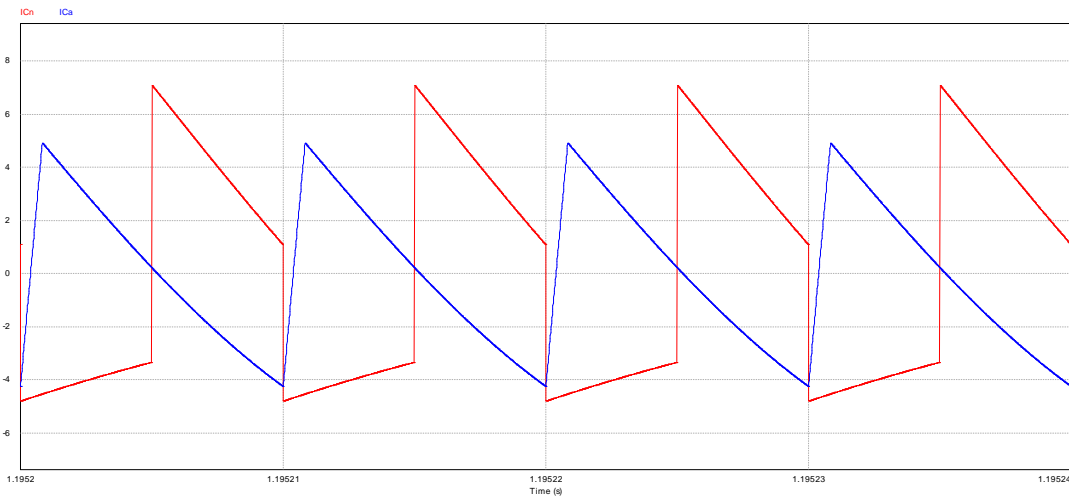
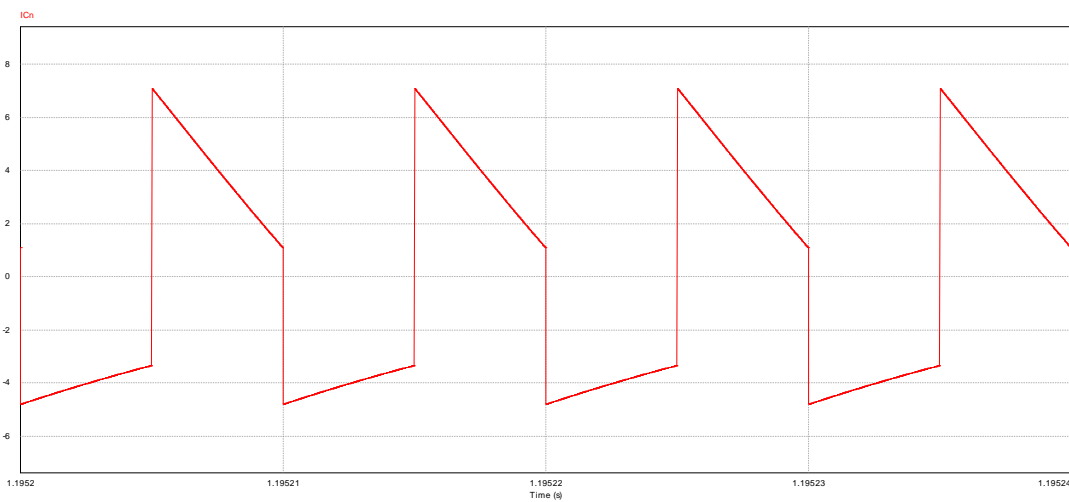
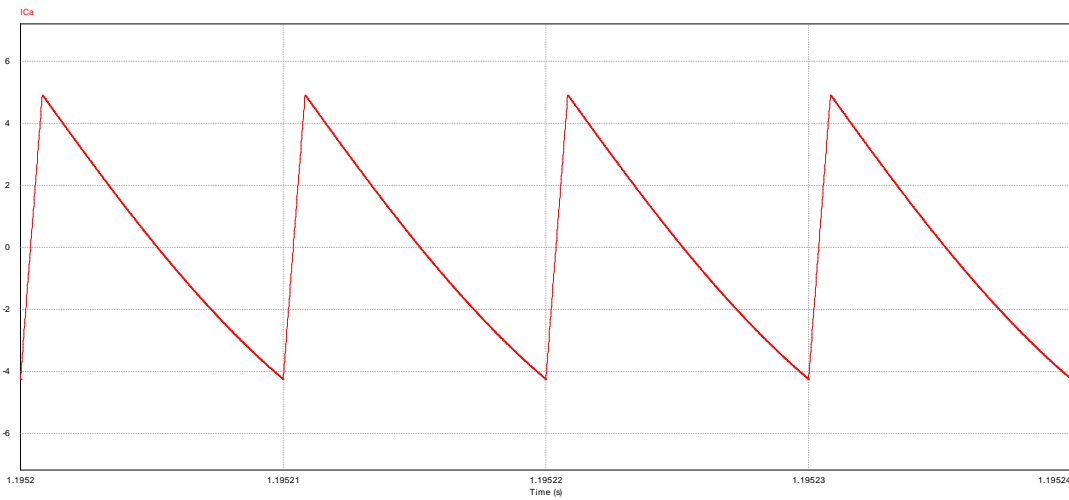


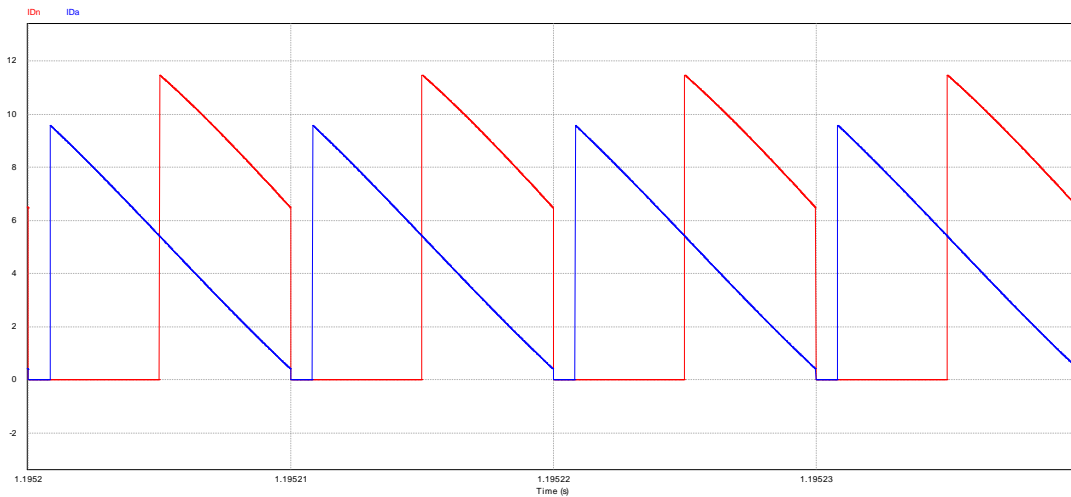
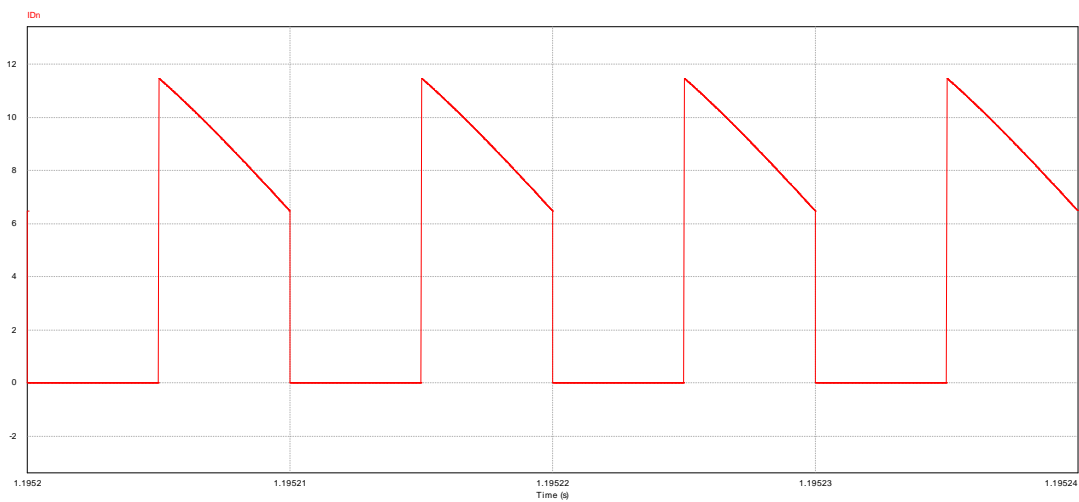
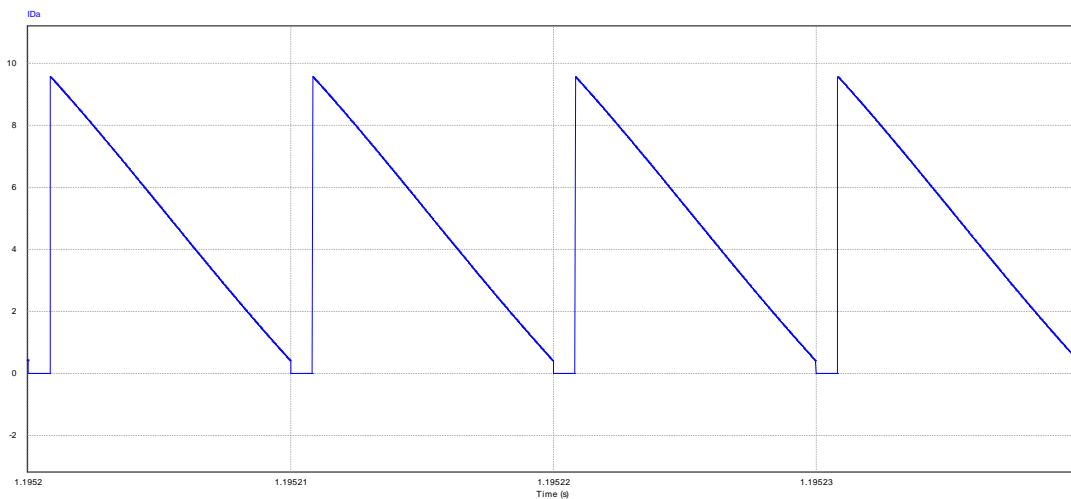
(b) Detalle de corriente por la bobina en el VRM-TLP.

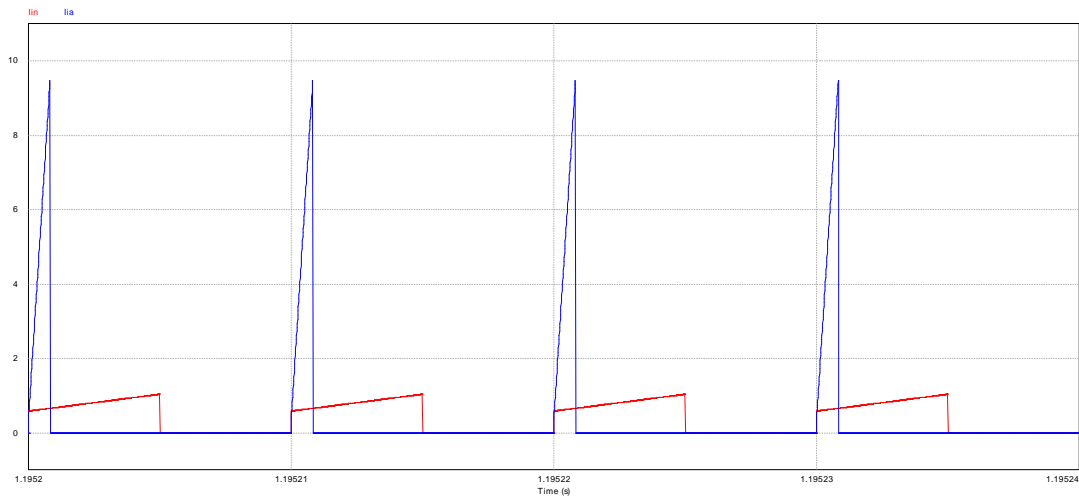
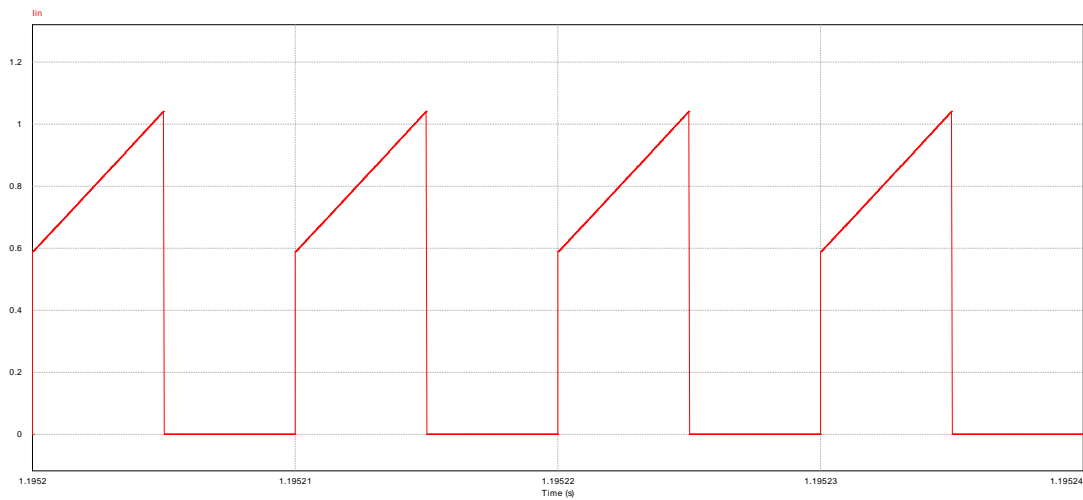
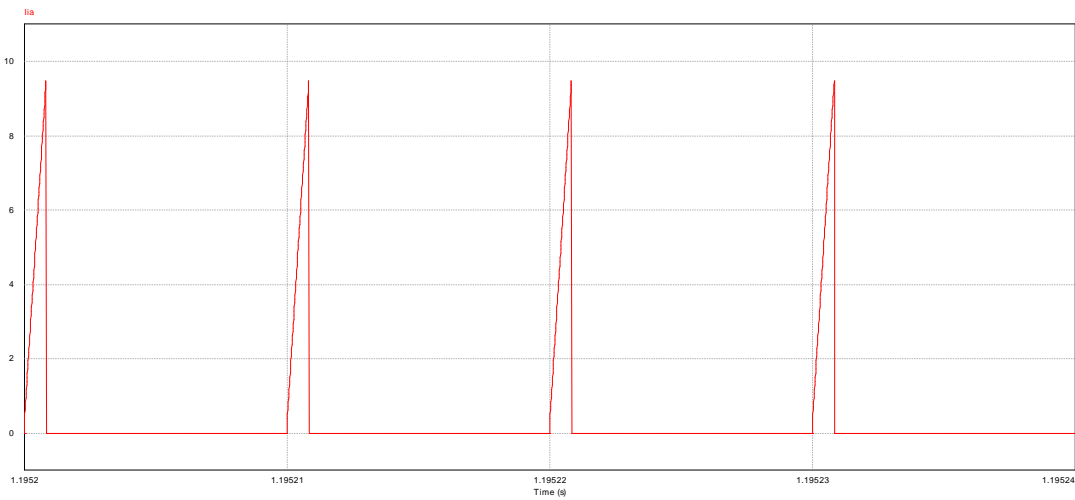


(c) Detalle de corriente por la bobina en el VRM clásico.

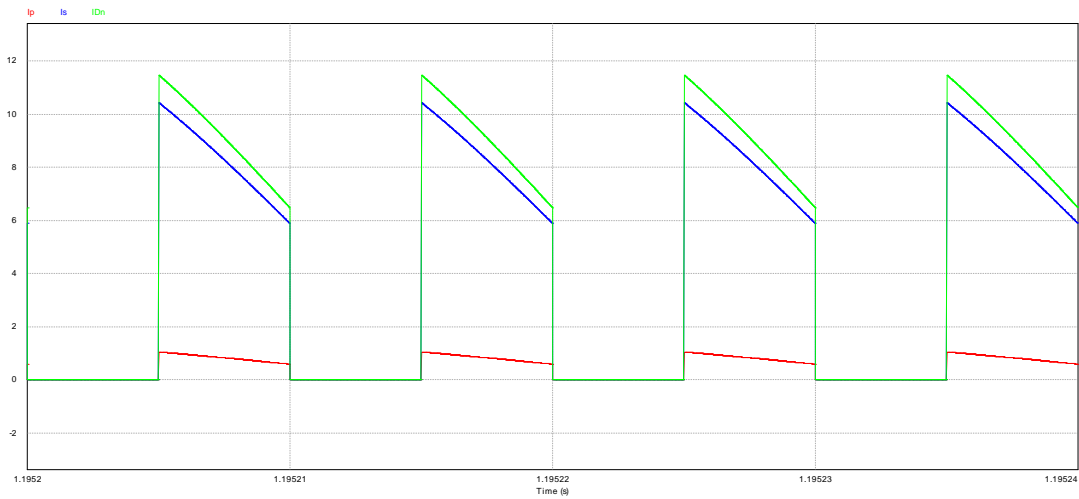
Figura 2.6.3: Comparación de corrientes por la bobina.

Corriente por el condensador*(a) Corriente por el condensador en los dos circuitos VRM.**(b) Detalle de corriente por el condensador en el VRM-TLP.**(c) Detalle de corriente por el condensador en el VRM clásico.***Figura 2.6.4: Comparación de corrientes por el condensador.**

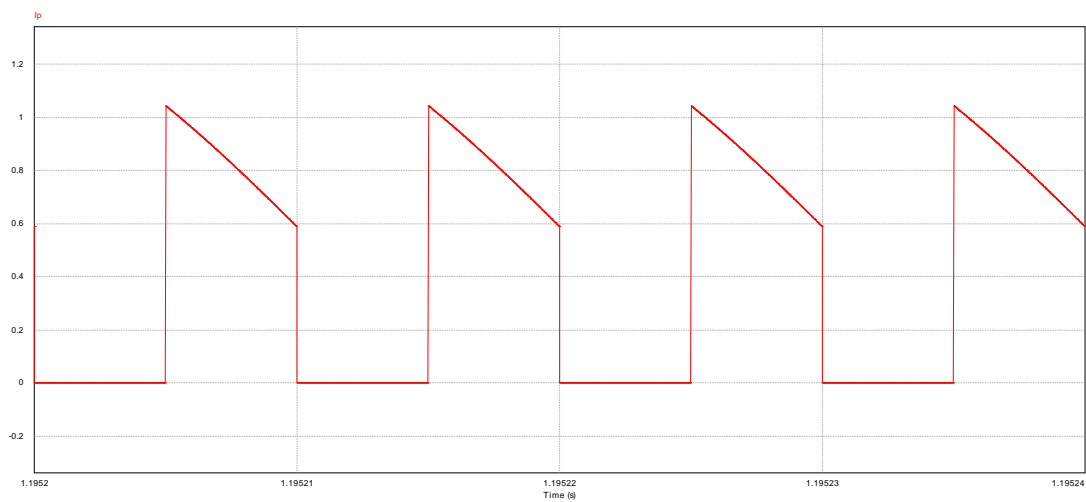
Corriente por el diodo*(a) Corriente por el diodo en los dos circuitos VRM.**(b) Detalle de corriente por el diodo en el VRM-TLP.**(c) Detalle de corriente por el diodo en el VRM clásico.***Figura 2.6.5: Comparación de corrientes por el diodo.**

Corriente por el interruptor/entrada*(a) Corriente por el interruptor en los dos circuitos VRM.**(b) Detalle de corriente por el interruptor en el VRM-TLP.**(c) Detalle de corriente por el interruptor en el VRM clásico.**Figura 2.6.6: Comparación de corrientes por el interruptor.*

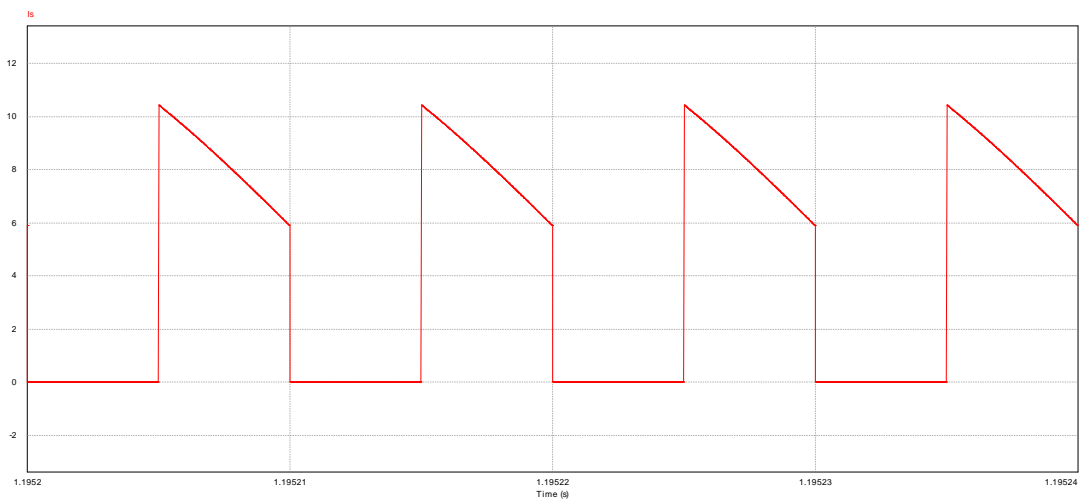
Corrientes por la rama del transformador



(a) Corriente por el primario, el secundario y el diodo en el VRM-TLP.



(b) Detalle de la corriente por el primario en el VRM-TLP.



(c) Detalle de la corriente por el secundario en el VRM-TLP.

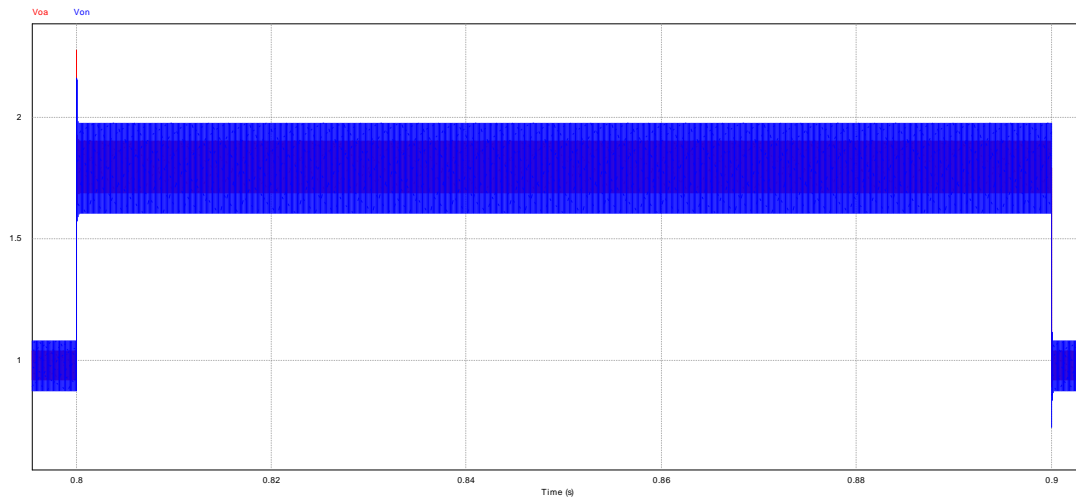
Figura 2.6.7: Corrientes por la rama del transformador.

2.6.4.2. Régimen transitorio

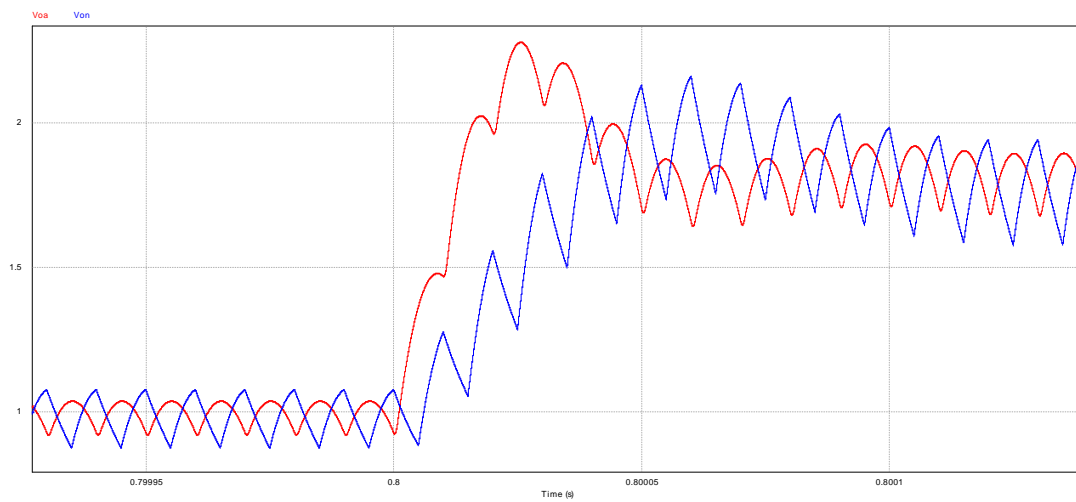
A continuación se muestra la respuesta transitoria, en bucle abierto. En la figura 2.6.8 se puede observar la respuesta transitoria respecto a un escalón de subida y un escalón de bajada en la tensión de entrada de 10V.

En la figura 2.6.9 se muestra la respuesta transitoria respecto a un escalón de subida y un escalón de bajada en la corriente de salida de 10A. En dichas curvas se observa que la tensión de salida no es la misma, esto es debido a que los circuitos se han diseñado para estar justo por encima del límite entre modos. Por lo que se observa que se produce un cambio de modo de conducción ante escalones de corriente. Si se deseara evitar ese efecto, habría que diseñar el circuito de tal forma que la corriente mínima por la bobina tuviera suficiente margen para soportar dicho escalón de corriente en la salida.

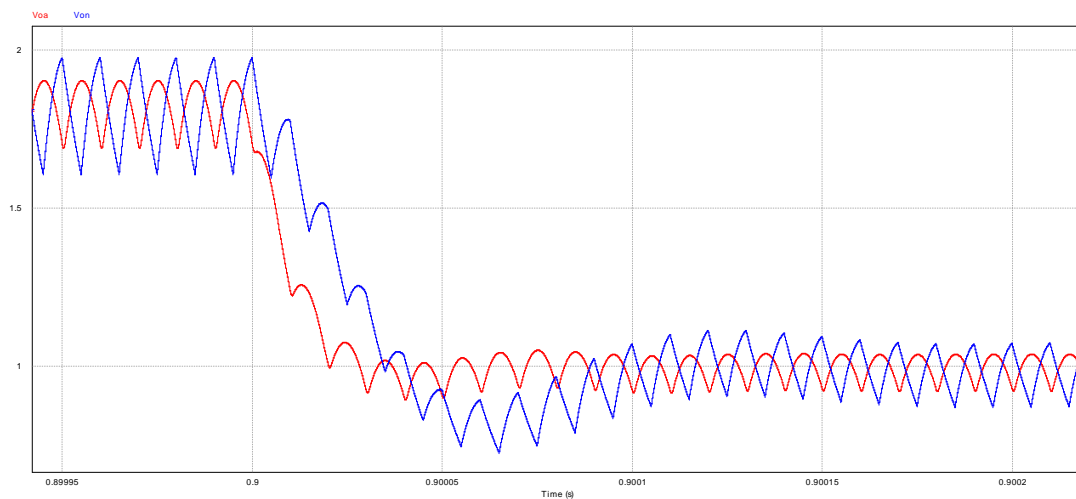
En ambos casos se observa que la respuesta transitoria del convertidor clásico no es simétrica, siendo más lenta la subida para el escalón de tensión, y la bajada para el escalón de corriente. Con el convertidor VRM-TLP, se ha conseguido uniformizar la respuesta transitoria tanto en las subidas como en las bajadas, tal y como se pretendía.



(a) Respuesta ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 10 Voltios.

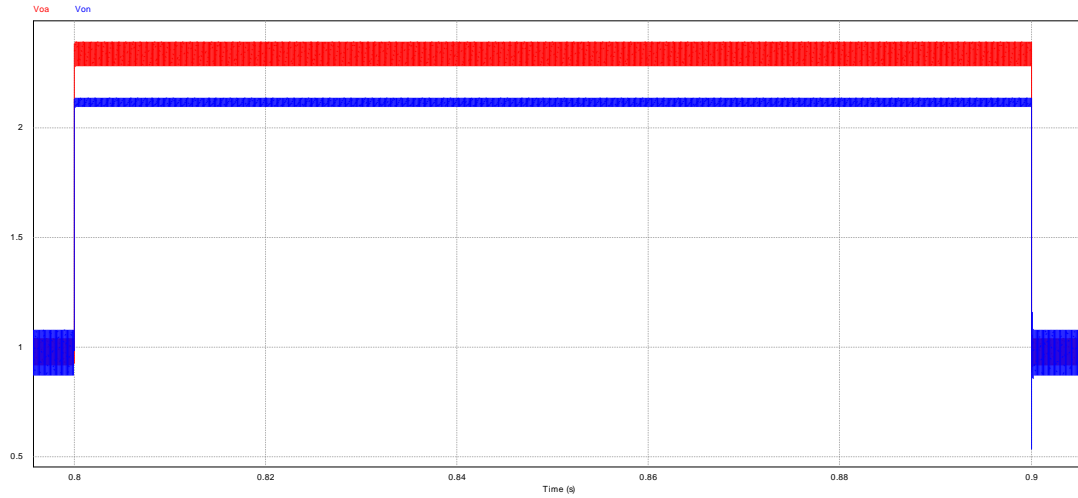


(b) Detalle de respuesta ante escalón de subida.

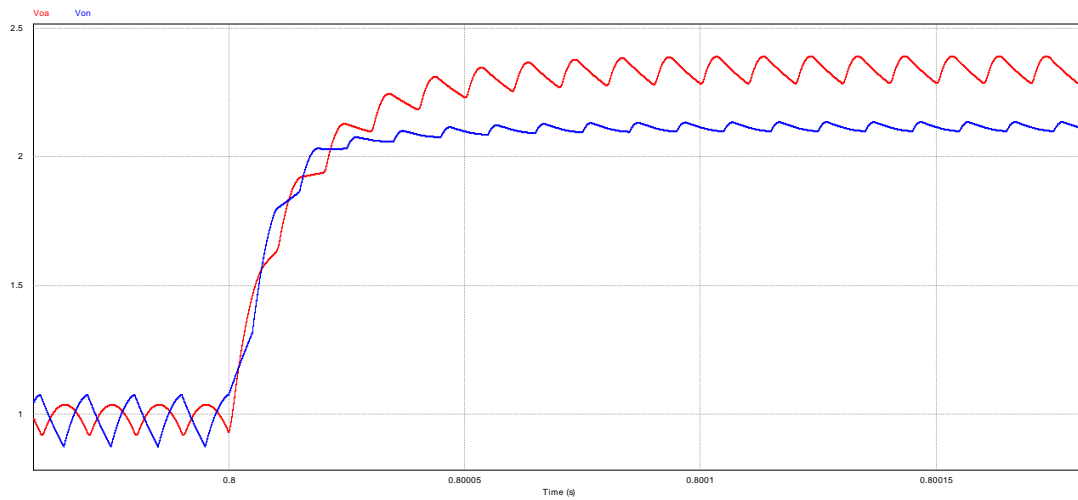


(c) Detalle de respuesta ante escalón de bajada.

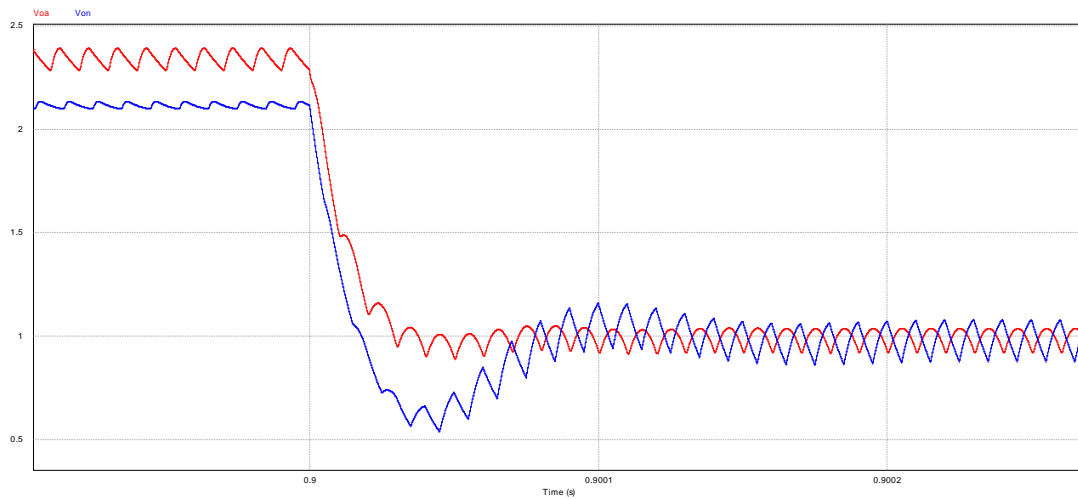
Figura 2.6.8: Respuesta del VRM-TLP (en rojo) y del VRM clásico (en azul), ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 10 Voltios.



(a) Respuesta ante escalones de corriente de salida, de subida y de bajada de 10 Amperios.



(b) Respuesta ante escalón de subida.



(c) Respuesta ante escalón de bajada.

Figura 2.6.9: Respuesta del VRM-TLP (en rojo) y del VRM clásico (en azul), ante escalones en la corriente de salida, de subida y de bajada de 10 Amperio.

2.7. Similitud con otros convertidores

Los resultados obtenidos hasta ahora, muestran que el circuito estudiado, que hemos denominado VRM con transformador con bobina paralelo entre primario y secundario(TLP), es equivalente al circuito denominado “Tapped Inductor”, que se puede ver en la bibliografía [3, 4], y cuya configuración se muestra en la figura 2.7.1. A continuación se demuestra la equivalencia entre las inductancias de ambos circuitos:

$$\begin{aligned}
 P_L &= P_{LTI} \\
 \frac{(V_p + V_s)^2}{Z_L} &= \frac{(V_p)^2}{Z_{LTI}} \\
 \frac{(V_p + \frac{1}{a}V_p)^2}{Z_L} &= \frac{(V_p)^2}{Z_{LTI}} \\
 \frac{(1 + \frac{1}{a})^2}{L} &= \frac{1}{L_{TI}} \\
 L_{TI} &= \frac{L}{(1 + \frac{1}{a})^2} \\
 L_{TI} &= \left(\frac{a}{1 + a} \right)^2 L
 \end{aligned}$$

entonces:

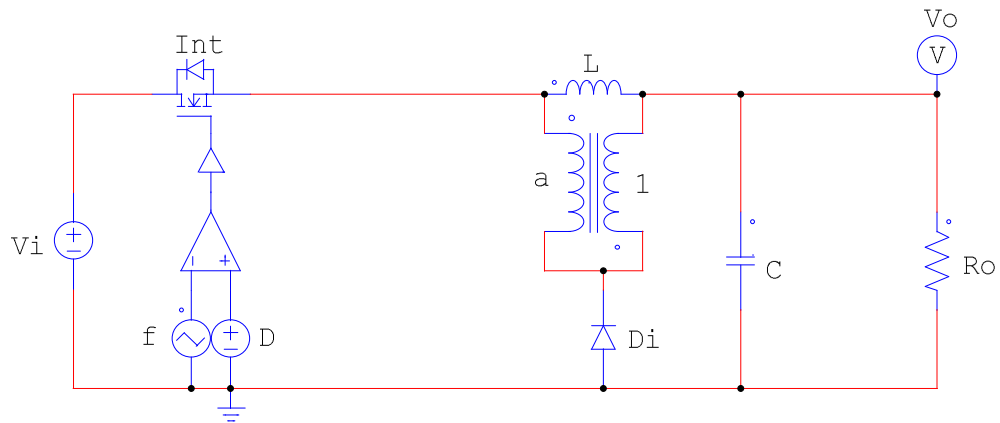
$$L_{TI} = \left(\frac{a}{1 + a} \right)^2 L$$

donde:

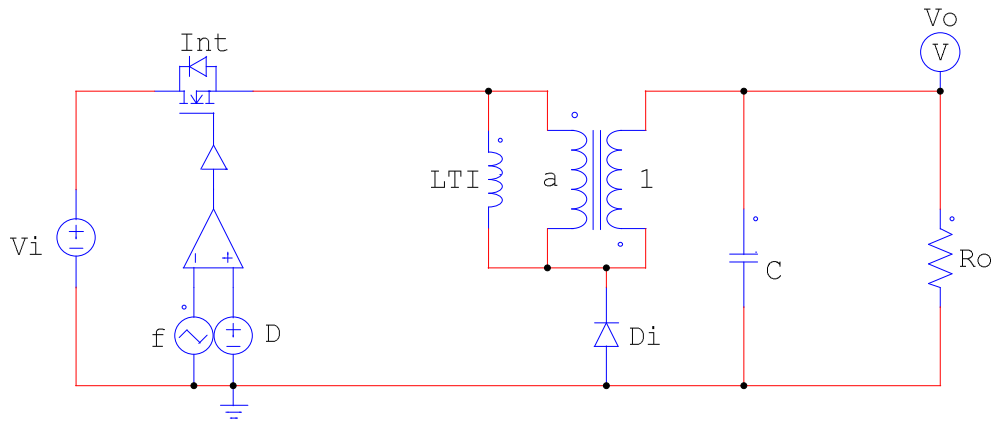
P_L Potencia en la bobina del convertidor TLP.

P_{LTI} Potencia en la bobina del convertidor Tapped Inductor.

L_{TI} Inductancia en configuración Tapped Inductor.



(a) Convertidor VRM-TLP.



(b) Convertidor VRM Tapped inductor.

Figura 2.7.1: Similitud entre circuitos convertidores VRM.

2.8. Conclusiones

A lo largo del presente capítulo se ha analizado el convertidor VRM-TLP que cuenta con un transformador que desviará parte de la corriente que pasa por la bobina, a través del secundario del transformador. Este se sitúa en la rama correspondiente al diodo, de modo que la corriente que en t_{off} circula a través del diodo, en este convertidor se divide en dos ramas, la correspondiente al primario, que pasa por la bobina, y la correspondiente al secundario, que no pasa por la bobina consiguiendo por tanto, que la intensidad de corriente que pasa por la bobina sea menor en el convertidor propuesto que en el clásico.

Se pudo comprobar que la cantidad de corriente desviada es función de la relación de transformación, y siempre se desviará una parte. Esto implica que la corriente por la bobina siempre será menor, considerándose el caso límite la relación de transformación $a = 0$, que es equivalente a quitar el transformador, y tener en consecuencia, un VRM clásico.

Se ha observado que puesto que el transformador sólo está activo durante t_{off} , es en la ecuación correspondiente a la pendiente de bajada donde entra en juego la relación de transformación, siendo la pendiente de subida idéntica a la del VRM clásico.

Se ha analizado la influencia del transformador con más detalle para modo de conducción continua, observándose que, comparando el VRM-TLP con el VRM con las mismas variables:

- la ganancia aumenta, con lo que se consigue una mayor reducción a igualdad de ciclo de trabajo D .
- La corriente por la bobina disminuye.

Es importante destacar que puesto que disminuye la corriente es posible que el circuito deje de estar en MCC, siendo por tanto necesario, una comparación más cuidadosa, puesto que los dos circuitos no estarán en el mismo modo.

En el estudio gráfico realizado se ha representado una familia de curvas para distintas relaciones de transformación de la curva $G-D$, se ha observado, que para ganancias iguales, es posible seleccionar ciclos de trabajo mayores en el circuito VRM-TLP que en el VRM, derivándose una posible aplicación para el convertidor VRM-TLP, que consiste en que es posible conseguir valores de ciclo de trabajo centrados para ganancias grandes ($V_o \gg V_i$).

Finalmente, se ha diseñado un VRM-TLP, comprobándose que el ciclo de trabajo seleccionado debe ser menor que G , y mostrándose una posible aplicación del circuito estudiado, verificándose los resultados mediante su simulación en PSIM.

A lo largo del presente estudio se ha observado, que el VRM clásico, es un caso particular del circuito estudiado para el que $a = 0$, proponiéndose algunos posibles usos, y quedando suficientemente definido mediante curvas y ecuaciones para cualquier uso que se deseara hacer del circuito.

Capítulo 3

Convertidor Reductor-TLP

3.1. Introducción

En la actualidad los convertidores Reductores clásicos muestran algunos inconvenientes cuando se intenta obtener una ganancia muy cercana a la unidad, como son:

- Lentitud en la respuesta dinámica.
- Gran asimetría en la respuesta dinámica.
- Elevado tiempo de magnetización de la bobina.
- Ciclo de trabajo muy cercano a la unidad.

En el presente capítulo se propone el diseño del convertidor Reductor-TLP, que pretende mejorar el diseño clásico mediante la inclusión de un transformador con bobina paralelo entre primario y secundario (TLP), dicha configuración se muestra en la figura 3.1.1.

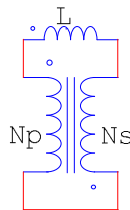


Figura 3.1.1: Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP).

Dicho diseño de convertidor Reductor, pretende resolver los problemas anteriormente citados, consiguiéndose:

- Rapidez en la respuesta dinámica.
- Simetría en la respuesta dinámica.
- Magnetización rápida de la bobina, cuando la tensión de salida (V_o) es muy cercana a la de entrada (V_i).
- Posibilidad de obtener ciclos de trabajo D más centrados, cuando la tensión de entrada es cercana a la tensión de salida ($V_i \approx V_o$).

Así mismo, es importante tener en cuenta, que en esta configuración se considera que la inductancia magnetizante del transformador tiene un valor muy alto, por lo que se puede aproximar, para este estudio, el transformador prácticamente ideal.

A continuación se describen las seis secciones, además de la presente introducción, que forman este capítulo:

- En primer lugar, se muestra el circuito Reductor clásico y el nuevo circuito Reductor-TLP (sección 3.2), así como las curvas más importantes correspondientes a ambos circuitos.
- En segundo lugar, se desarrollan las demostraciones teóricas que permiten deducir las principales ecuaciones del convertidor Reductor-TLP, obteniéndose las ecuaciones compactas válidas, tanto para MCC, como para MCD (sección 3.3).
- Seguidamente, se particularizan las ecuaciones para el modo de conducción continua, que es el modo en el que se centra el estudio, dejando las ecuaciones explícitamente en función de la relación de transformación a , con el fin de observar más fácilmente la influencia del transformador sobre las variables estudiadas. Además se compara cada variable con su correspondiente ecuación en el Reductor clásico (sección 3.4).
- En cuarto lugar, se realiza el análisis gráfico de la ganancia. Este análisis permite ver la evolución de la ganancia con la relación de transformación a , el ciclo de trabajo D , y el parámetro adimensional de carga K . Así

mismo, la forma de las curvas mostrarán los problemas asociados con el cambio en el modo de conducción, y como la mejor utilidad del circuito consiste en obtener valores de ganancia cercanos a la unidad, pero ciclos de trabajo adecuados (sección 3.5).

- A continuación, se estudiará un caso de diseño, que se simulará con el software de simulación de circuitos de potencia PSIM, donde se tendrán en cuenta los problemas en la sustitución del Reductor clásico por el Reductor-TLP, como la pérdida de rango de ciclo de trabajo en modo de conducción continua y la variación de energía máxima necesaria en la bobina (sección 3.6).
- Finalmente se analizará la equivalencia del circuito con la configuración ya existente denominada “Tapped inductor”¹ (sección 3.7).

¹Bobina con toma media.

3.2. Convertidores Reductor-TLP y Reductor Clásico

En la figura 3.2.1 se muestra el convertidor Reductor clásico y el convertidor Reductor-TLP propuesto en este capítulo. Del análisis de ambos circuitos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se observa que el convertidor Reductor-TLP incluye un transformador, que desviará la corriente que pasa por la bobina, a través del secundario del transformador durante la carga de la bobina.
- El transformador se sitúa en la rama correspondiente al interruptor, de modo que la corriente que en t_{on} viene a través del interruptor, en el nuevo circuito se divide en dos ramas, la correspondiente al primario, que pasa por la bobina, y la correspondiente al secundario, que no pasa por la bobina, consiguiendo por tanto, que la intensidad de corriente que pasa por la bobina sea menor en el convertidor propuesto que en el clásico a igualdad de potencia.
- La cantidad de corriente desviada es función de la relación de transformación (a), y siempre se desviará una parte, esto implica que la corriente por la bobina siempre será menor, considerándose el caso límite la relación de transformación $a = 0$, que es equivalente a quitar el transformador, y tener en consecuencia, el convertidor clásico.

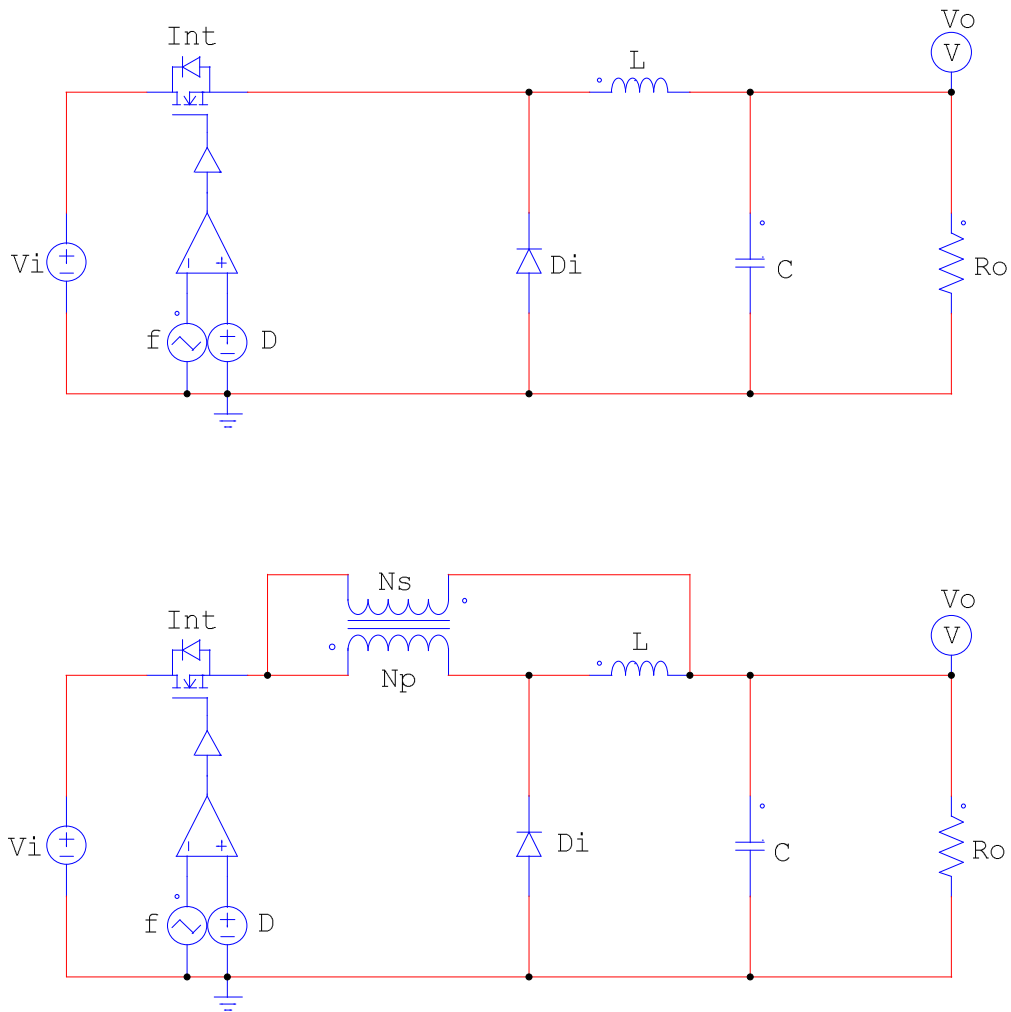
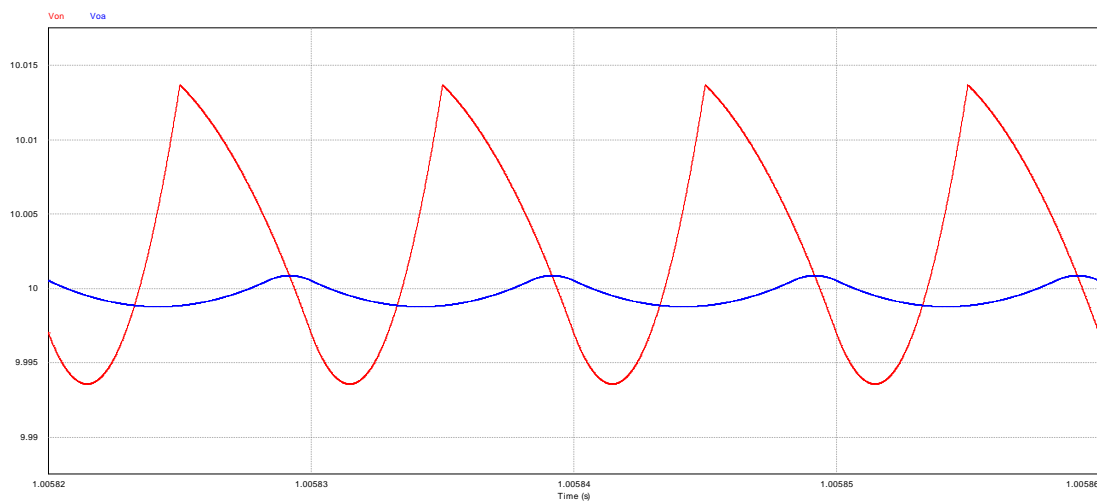
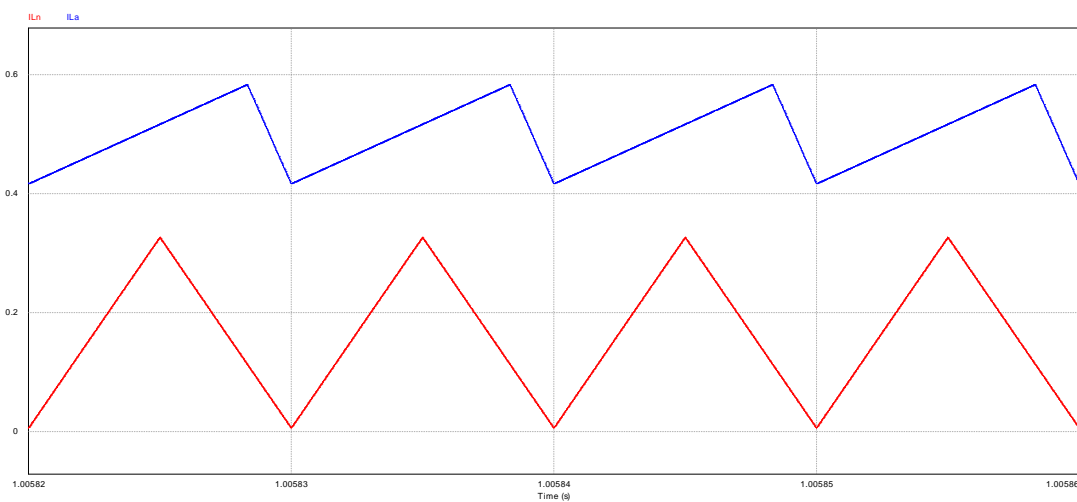


Figura 3.2.1: Convertidor Reductor clásico (arriba) y convertidor Reductor-TLP (abajo).

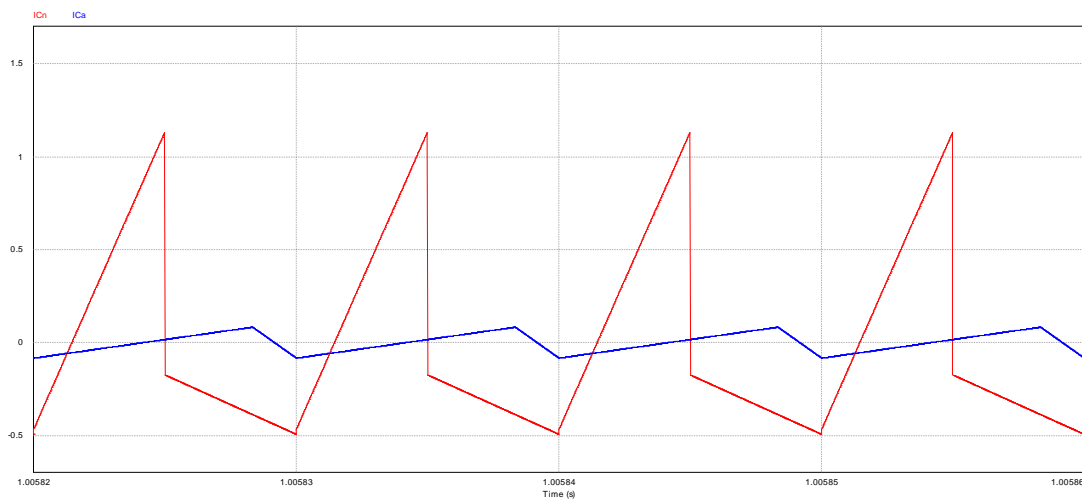
La figura 3.2.2 muestra las curvas más importantes correspondientes a un circuito Reductor-TLP y un circuito Reductor con mismo valor de ganancia, funcionando en el caso extremo $V_i \approx V_o$ pero en el que se ha conseguido mejorar la simetría en la respuesta dinámica.



(a) Tensión de salida.

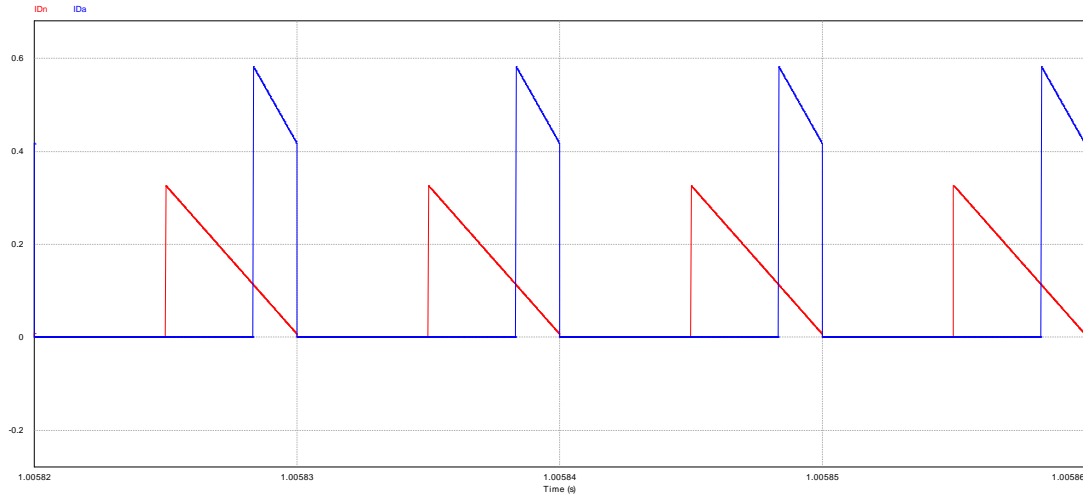


(b) Corriente por la bobina.

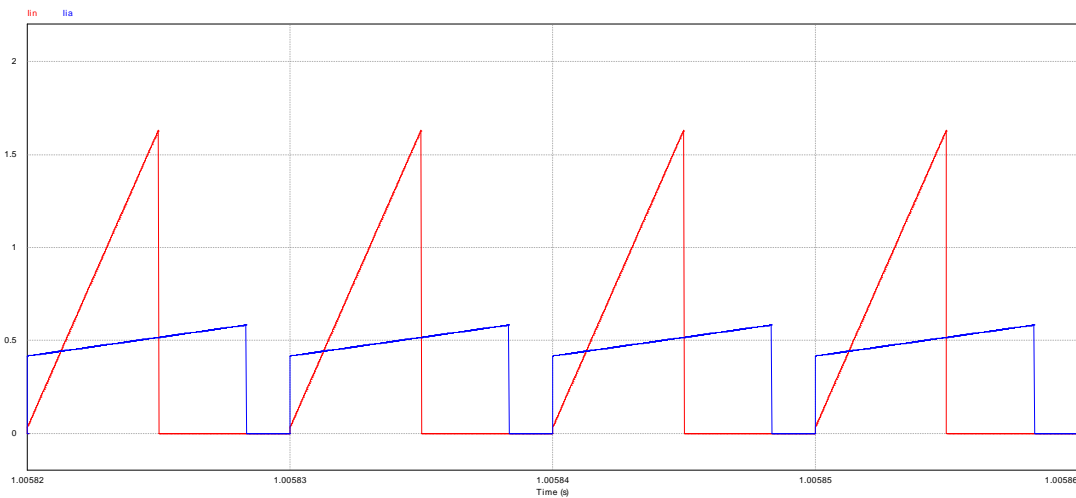


(c) Corriente por el condensador.

Figura 3.2.2: Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Reductor-TLP (en rojo) y un circuito Reductor clásico (en azul).



(a) Corriente por el diodo.



(b) Corriente por el interruptor.

Figura 3.2.2: (Continuación) Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Reductor-TLP (en rojo) y un circuito Reductor clásico (en azul).

Se puede observar que el circuito Reductor-TLP tiene las siguientes ventajas:

- Ciclo de trabajo centrado.
- Corriente por la bobina menor.

Así mismo, en la figura 3.2.3 se muestran las corrientes a través del transformador, en un circuito Reductor-TLP.

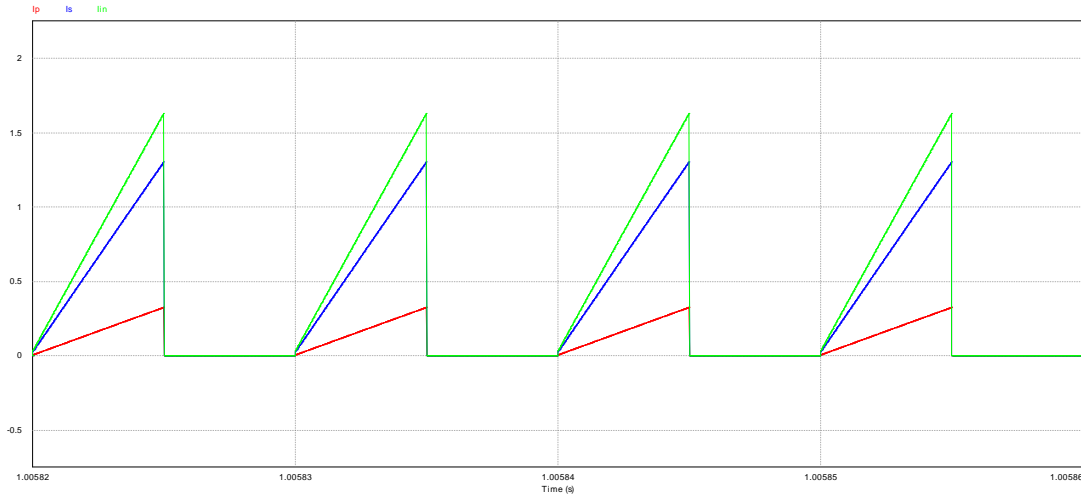


Figura 3.2.3: Corrente por el primario (en rojo), el secundario (en azul) y el interruptor (en verde) en el Reductor-TLP.

En esta gráfica se puede observar que la corriente por el interruptor es suma de la corriente por el primario y el secundario, derivándose la mayor parte de la corriente por el secundario, evitando su paso por la bobina.

3.3. Ecuaciones del convertidor Reductor-TLP

En esta sección se desarrollan las demostraciones que justifican las ecuaciones correspondientes al convertidor Reductor-TLP. Estas ecuaciones se mostrarán de forma compacta, de modo que se obtienen expresiones sencillas válidas para MCC y para MCD, no obstante, dichas ecuaciones no muestran explícitamente la dependencia con las variables de estado del convertidor.

Las ecuaciones correspondientes al convertidor clásico se pueden obtener a partir de éstas haciendo $a = 0$, donde a representa la relación de transformación del primario respecto al secundario. Puede considerarse el valor de a como una medida de cuanto se aleja el circuito nuevo del comportamiento del circuito clásico, y este último un caso particular del convertidor Reductor-TLP para el que la relación de transformación es cero.

3.3.1. Modos de conducción

Dado que se hace referencia en múltiples ocasiones a conceptos relacionados con los modos de conducción, se expone a continuación una sucinta explicación de estos conceptos.

Si se define:

T Periodo de conmutación.

t_{on} Tiempo que el interruptor está cerrado en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{on} = DT$.

t_{off} Tiempo que el interruptor está abierto en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{off} = (1 - D)T$.

D Ciclo de trabajo, es decir, fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina del circuito está aumentando, expresado por unidad.

D_1 Fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo, expresado por unidad. En general $D_1 = 1 - D$ en MCC y $D_1 \neq 1 - D$ en MCD.

En los circuitos estudiados en este documento existen dos modos de conducción en función de la corriente por la bobina, que son (véase figura 3.3.1):

Modo de conducción continua (MCC) Si la corriente por la bobina, i_L , nunca se hace 0, en este modo se observa fácilmente en la figura 3.3.1 que $D_1 = 1 - D$, o lo que es lo mismo $D + D_1 = 1$.

Modo de conducción discontinua (MCD) Si la corriente por la bobina, i_L , se hace 0 antes del final del periodo de conmutación $t = T$, estando por tanto, una fracción de periodo $D + D_1$ conduciendo y una fracción de periodo $1 - (D + D_1)$ sin pasar corriente por la bobina.

Límite MCC-MCD Existe por último un punto crítico, que es el punto en el que se produce el cambio entre modos de conducción. Se aprecia en la figura 3.3.1 que en este caso la corriente por la bobina se hace cero justamente al final del periodo de conmutación $t = T$.

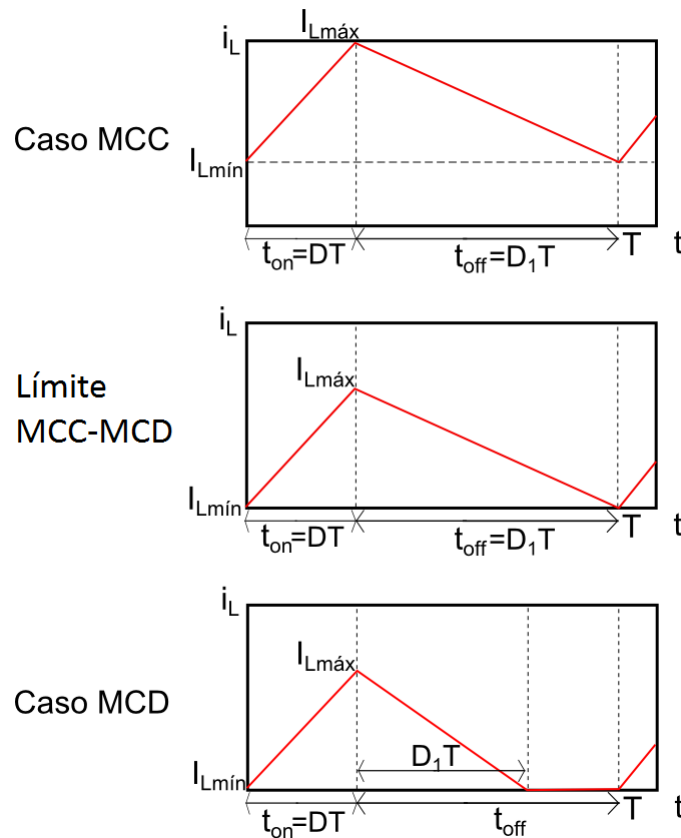


Figura 3.3.1: Corriente por la bobina durante un periodo para los dos modos de conducción de un convertidor, esto es MCC y MCD, así como para el límite entre modos.

3.3.2. Función de transferencia del convertidor Reductor-TLP

Para el cálculo de la función de transferencia se debe tener en cuenta que en régimen permanente la corriente en la bobina L es periódica.

Se describen a continuación los cálculos necesarios para obtener la función de transferencia en el convertidor Reductor-TLP. Para ello, se obtiene la variación de la corriente por la bobina i_L , en el caso de interruptor Int cerrado, e interruptor Int abierto, y se combinan teniendo en cuenta que la corriente por la bobina es periódica, para el periodo de conmutación T .

3.3.2.1. Interruptor cerrado $t_{on} \in [0, DT]$

El circuito a analizar corresponde al indicado en la figura 3.2.1 cuando Int está cerrado. En la figura 3.3.2 se muestra una simplificación del circuito para este estado, donde se eliminan los componentes por donde no pasa corriente. Se observa que el diodo Di desaparece ya que está abierto. Así mismo, parte de la corriente que pasaría en un circuito clásico a través de la bobina es desviada a través del secundario del transformador. En este estado es cuando existe diferencia entre el circuito clásico y el propuesto, y por tanto, el más interesante en el presente estudio.

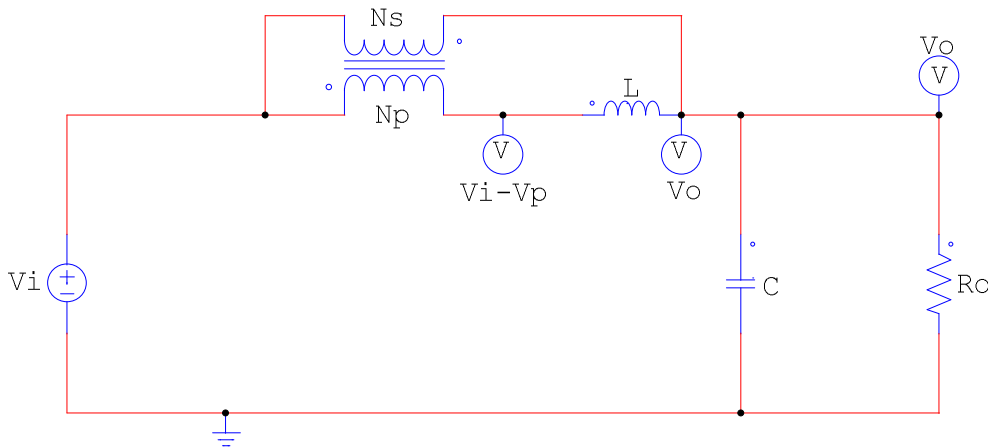


Figura 3.3.2: Convertidor Reductor-TLP con el interruptor cerrado.

Dado que el transformador está activo, se define previamente la relación de transformación:

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (3.3.1)$$

donde:

- a Relación de transformación.
- N_p Número de espiras en el primario del transformador.
- N_s Número de espiras en el secundario del transformador.
- v_p Tensión instantánea en el primario del transformador.
- v_s Tensión instantánea en el secundario del transformador.
- i_p Corriente instantánea en el primario del transformador.
- i_s Corriente instantánea en el secundario del transformador.

Como paso previo al cálculo de la variación de corriente por la bobina L , hay que calcular la tensión a la que está sometida la bobina. En general la tensión en una bobina viene dada por la ecuación:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (3.3.2)$$

donde:

- v_L Tensión instantánea por la bobina.
- L Inductancia de la bobina.
- i_L Corriente instantánea por la bobina.
- t Tiempo.

Por otro lado, se observa en la figura 3.3.2 que $V_o = V_i + V_s$, y usando 3.3.1 se obtiene:

$$V_o = V_i + V_s = V_i + \frac{V_p}{a} \implies V_p = a(V_o - V_i) = cte \quad (3.3.3)$$

donde:

- V_i Tensión constante de entrada.

V_o Tensión constante de salida.

V_p Tensión constante del primario del transformador durante t_{on} .

V_s Tensión constante del secundario del transformador durante t_{on} .

Por tanto, observando el circuito de la figura 3.3.2 y usando la ecuación 3.3.3, se deduce que la tensión de la bobina en el intervalo de tiempo t_{on} es constante y de valor:

$$\begin{aligned} v_L \Big|_{t_{on}} &= (V_i - V_p) - V_o = V_i - a(V_o - V_i) - V_o = V_i - aV_o + aV_i - V_o \\ &= (1 + a)V_i - (1 + a)V_o = (1 + a)(V_i - V_o) = cte \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

La variación de la corriente por la bobina durante el intervalo de tiempo $[0, DT]$, se obtiene integrando la ecuación 3.3.2 y teniendo en cuenta la ecuación 3.3.4:

$$(\Delta i_L)_s = \int_{t_{on}} di_L = \int_0^{DT} \frac{v_L}{L} dt = \frac{v_L}{L} \int_0^{DT} dt = \frac{v_L}{L} DT = (1 + a) \frac{V_i - V_o}{L} DT$$

entonces:

$$\boxed{(\Delta i_L)_s = (1 + a) \frac{V_i - V_o}{L} DT} \quad (3.3.5)$$

donde:

$(\Delta i_L)_s$ Variación de i_L cuando el interruptor está cerrado, y por tanto la corriente está subiendo.

Si se recuerda que la expresión de un convertidor Reductor clásico en t_{on} tiene la ecuación:

$$(\Delta i_L)_s = \frac{V_i - V_o}{L} DT \quad (3.3.6)$$

Se pueden comparar ambas expresiones (ecuaciones 3.3.5 y 3.3.6) para obtener un resultado interesante. Se puede ver que al añadir el transformador, el circuito se comporta en t_{on} como si fuera un circuito Reductor clásico con una bobina de valor $\frac{1}{1+a}L$. En consecuencia, se define la inductancia equivalente:

$$L_{eq} = \frac{1}{1+a}L \quad (3.3.7)$$

donde:

L_{eq} Inductancia equivalente, que corresponde al valor de inductancia que sería necesario en un circuito clásico para obtener el mismo aumento de corriente obtenida con el circuito propuesto.

Se observa que se puede variar el valor de la inductancia en función de $\frac{1}{1+a}$. Para su estudio posterior, se define esta fracción como:

$$\lambda_1 = \frac{1}{1+a} \quad (3.3.8)$$

donde:

λ_1 Factor λ_1 , que es la fracción de la inductancia L del circuito propuesto, que sería necesaria poner en un circuito clásico para obtener el mismo valor de $(\Delta i_L)_s$ que se obtiene en el circuito con transformador.

Esto significa, que al introducir el transformador, se obtiene un circuito que durante el tramo de tiempo en el que el interruptor está cerrado es idéntico a un circuito clásico con una inductancia de valor $100\lambda_1\%$ la inductancia que realmente tiene el circuito.

Finalmente, combinando las ecuaciones 3.3.5, 3.3.7 y 3.3.8 se concluye que:

$$(\Delta i_L)_s = \frac{V_i - V_o}{\lambda_1 L} DT = \frac{V_i - V_o}{L_{eq}} DT \quad (3.3.9)$$

3.3.2.2. Interruptor abierto $t_{off} \in [DT, T]$

El circuito a analizar corresponde al indicado en la figura 3.2.1 cuando Int está abierto. En la figura 3.3.3 se muestra una simplificación del circuito para este estado, donde se eliminan los componentes por donde no pasa corriente. Se observa que el diodo Di está cerrado permitiendo la circulación de corriente. Por otro lado, la rama del interruptor y el transformador está abierta, por lo

que el transformador desaparece ya que no circula corriente por él, así como tampoco por la fuente de tensión.

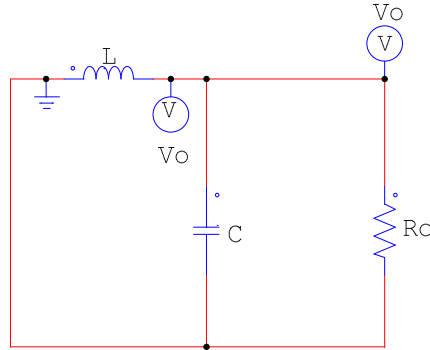


Figura 3.3.3: Convertidor Reductor-TLP con el interruptor abierto.

La tensión de la bobina en el intervalo de tiempo es constante y de valor:

$$v_L \Big|_{t_{off}} = V_L = 0 - V_o = V_o = cte \quad (3.3.10)$$

Se debe observar que durante el intervalo de tiempo $t_{off} \in [DT, T]$, en general existe corriente por la bobina en un intervalo de tiempo $[DT, (D + D_1)T]$, dichos valores serán iguales en caso de estar en MCC, y distintos en caso de MCD.

La variación de la corriente por la bobina durante el intervalo de tiempo $[DT, (D + D_1)T]$, se obtiene al integrar la ecuación 3.3.2 teniendo en cuenta la ecuación 3.3.10:

$$\begin{aligned} (\Delta i_L)_b &= \int_{t_{off}} di_L = \frac{1}{L} \int_{DT}^{(D+D_1)T} v_L dt = \frac{v_L}{L} \int_{DT}^{(D+D_1)T} dt \\ &= \frac{v_L}{L} D_1 T = \frac{-V_o}{L} D_1 T \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{(\Delta i_L)_b = \frac{-V_o}{L} D_1 T} \quad (3.3.11)$$

donde:

$(\Delta i_L)_b$ Variación de i_L cuando el interruptor está abierto, y por tanto la corriente está bajando.

Este resultado es idéntico al del circuito clásico, por lo tanto, en este estado el circuito se comporta igual que el circuito clásico.

3.3.2.3. Función de transferencia

La función de transferencia se obtiene teniendo en cuenta, que en régimen permanente, se debe cumplir que la corriente por la bobina al final de cada periodo tiene que ser la misma que al principio. Esto se traduce en que:

$$(\Delta i_L)_s + (\Delta i_L)_b = 0 \quad (3.3.12)$$

Debe observarse, que como se concluyó en las secciones 3.3.2.1 y 3.3.2.2 el circuito propuesto es un combinación de un circuito clásico de inductancia L_{eq} cuando el interruptor está cerrado, y un circuito clásico de inductancia L cuando el interruptor está abierto.

Sustituyendo las expresiones 3.3.9 y 3.3.11 en 3.3.12 tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{V_i - V_o}{L_{eq}} DT + \frac{-V_o}{L} D_1 T &= 0 \\ \frac{V_i - V_o}{\lambda_1 L} DT + \frac{-V_o}{L} D_1 T &= 0 \\ \frac{V_i - V_o}{\lambda_1} D - V_o D_1 &= 0 \\ V_i D - V_o D - V_o \lambda_1 D_1 &= 0 \\ DV_i &= (D + \lambda_1 D_1) V_o \\ \frac{V_o}{V_i} &= \frac{D}{D + \lambda_1 D_1} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{D + \lambda_1 D_1}} \quad (3.3.13)$$

donde:

G Ganancia de tensión del convertidor.

Es importante recordar que como se destaca al inicio de esta sección, se obtienen las ecuaciones correspondientes a un convertidor Reductor clásico sin más que hacer $a = 0$, lo que se traduce en $\lambda_1 = 1$.

3.3.3. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$

Dada la importancia que tiene la corriente por la bobina para la determinación del modo de conducción en el que se encuentra el circuito, se expone a continuación un desarrollo que permite expresar la corriente por la bobina en función de variables más adecuadas para los análisis posteriores.

3.3.3.1. Corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en función de las tensiones de entrada V_i y salida V_o

Debido a que resulta útil para el cálculo de la corriente por la bobina, se calcula en primer lugar la corriente media de entrada.

Una forma general de obtener la corriente por la entrada, es tener en cuenta que, supuestos componentes electrónicos ideales, la potencia entregada por la fuente tiene que ser igual a la consumida por la carga:

$$P_i = P_o \quad (3.3.14)$$

donde:

P_i Potencia de entrada.

P_o Potencia de salida.

En la figura 3.3.4 se muestran las tensiones y corrientes significativas para esta deducción. Cuando el interruptor Int está cerrado, parte de la corriente de entrada es derivada por el secundario sin pasar por la bobina. En cambio cuando el interruptor Int está abierto, el comportamiento corresponde al de un convertidor Reductor clásico.

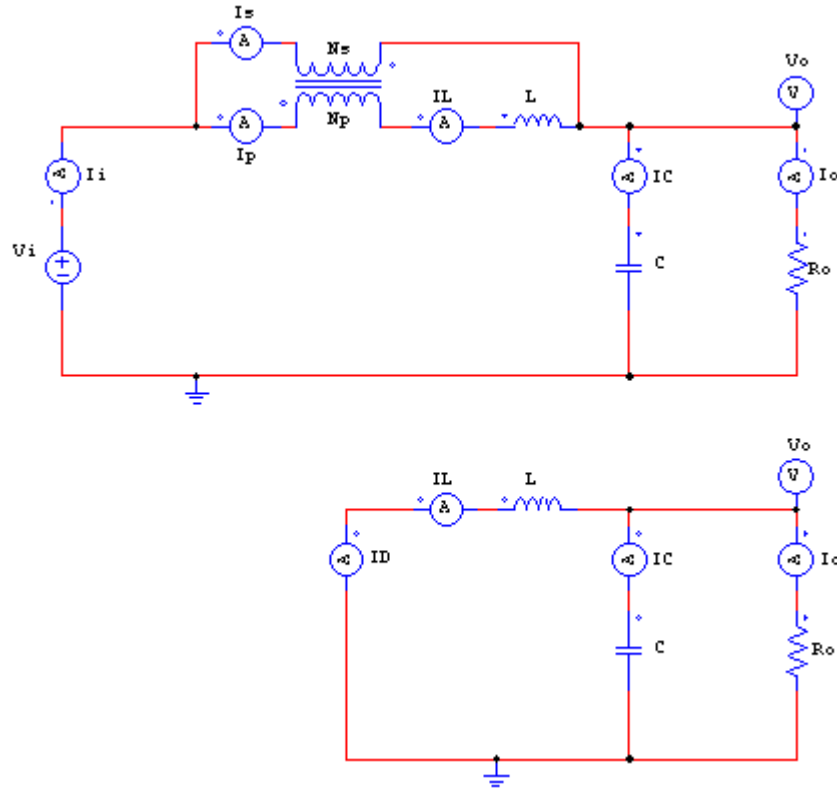


Figura 3.3.4: Corrientes más significativas en el convertidor Reductor-TLP con el interruptor cerrado (arriba) y con el interruptor abierto (abajo).

Por un lado, la potencia de entrada la proporciona la fuente y tiene el valor:

$$P_i = V_i \overline{i_i} \quad (3.3.15)$$

donde:

$\overline{i_i}$ Corriente media de entrada al circuito.

Por otro lado, la potencia de salida la consume la carga íntegramente, y toma el valor:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (3.3.16)$$

donde:

R_o Resistencia de la carga del circuito.

Sustituyendo las ecuaciones 3.3.15 y 3.3.16 en la ecuación 3.3.14 y usando la ecuación 3.3.13, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 V_i \bar{i}_i &= \frac{V_o^2}{R_o} \\
 V_i \bar{i}_i &= \frac{G^2 V_i^2}{R_o} \\
 \bar{i}_i &= G^2 \frac{V_i}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{\bar{i}_i = G^2 \frac{V_i}{R_o}} \quad (3.3.17)$$

Adicionalmente se puede expresar la corriente de entrada en función de las corrientes de salida:

$$\bar{i}_i = G I_o \quad (3.3.18)$$

I_o Corriente constante de salida.

Este es un resultado general para todos los convertidores de continua, teniendo en cuenta que el valor de G debe particularizar para cada circuito en estudio y para cada modo de conducción.

De estos resultados también se puede extraer que:

- Se puede completar la definición de ganancia:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\bar{i}_i}{I_o} \quad (3.3.19)$$

- Si se compara esta ecuación con la un transformador (véase ecuación [3.3.1](#)), se concluye que un convertidor de continua se puede modelizar como un transformador de variables:

$$\begin{aligned}
 a' &= \frac{1}{G} \\
 V_p' &= V_i \\
 V_s' &= V_o
 \end{aligned}$$

- La resistencia que el circuito ve a la entrada es:

$$R_i = \frac{R_o}{G^2} \quad (3.3.20)$$

3.3.3.2. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$

Para el cálculo de la corriente media por la bobina, se supone que está relacionada con la corriente media de entrada de alguna manera aún sin determinar, dicha relación para el circuito Reductor-TLP se obtendrá en el apartado 3.3.3.3. En esta sección, basta con decir que la corriente de entrada está relacionada con la corriente de salida en una proporción k :

$$\overline{i_L} = k\overline{i_i} \quad (3.3.21)$$

donde:

k Relación entre la corriente por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente de entrada $\overline{i_i}$.

Al combinar las ecuaciones 3.3.17 y 4.3.21 se obtiene:

$$\overline{i_L} = k\overline{i_i} = kG^2 \frac{V_i}{R_o} \quad (3.3.22)$$

Adicionalmente, usando la ecuación 3.3.13, se puede expresar la corriente en la bobina en función de la corriente de salida:

$$\overline{i_L} = kGI_o \quad (3.3.23)$$

Este es un resultado general para todos los convertidores de continua, teniendo en cuenta que los valores de G y k se deben particularizar para cada circuito en estudio y para cada modo de conducción.

3.3.3.3. Relación k entre la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en el convertidor Reductor-TLP

Esta relación que se define arbitrariamente como k , se deja a continuación en función de las variables D y D_1 , lo que implícitamente implica que se deja en función de las variables a y D , de alguna forma, que dependerá tanto del circuito concreto como del modo de conducción.

Puesto que la corriente por la bobina $\overline{i_L}$ será una proporción k de la corriente de entrada $\overline{i_i}$, es decir:

$$\overline{i_L} = k\overline{i_i} \quad (3.3.24)$$

para la obtención de la relación entre corrientes k se calculan la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$, y la corriente media por la entrada $\overline{i_i}$, para poder compararlas. Se toma como apoyo la figura 3.3.5 que corresponde a la corriente por la bobina en MCC. Dicho caso es el más general, puesto que en MCC, es necesario calcular dos áreas, formadas por el triángulo superior y el rectángulo inferior.

No obstante, el resultado obtenido es válido para MCD, ya que es un caso particular de MCC en el que $I_{Lmín}$ es igual a 0, y por tanto, sólo existirá el área correspondiente al triángulo superior.

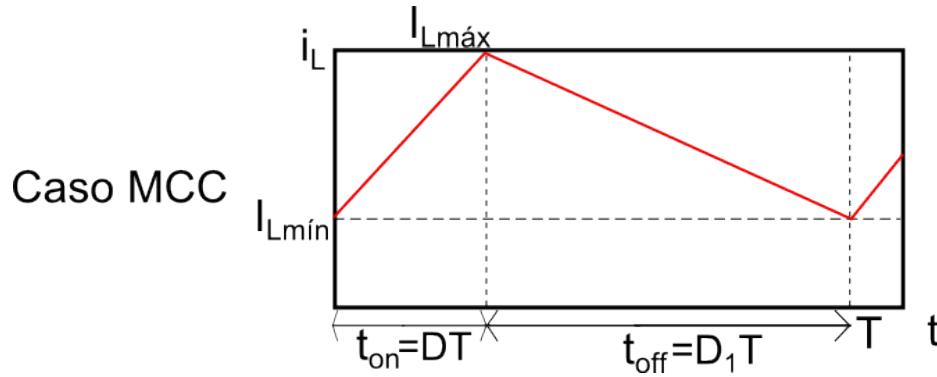


Figura 3.3.5: Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción continua (MCC).

Viendo la figura 3.3.4 y usando la ecuación 3.3.1 se observa que $\overline{i_i} = \overline{i_p} + \overline{i_s} = (1 + a)\overline{i_p} = \frac{\overline{i_L}}{\lambda_1}$ durante el intervalo de tiempo $t_{on} = DT$ y cero en el resto del periodo, siendo $\overline{i_p}$ y $\overline{i_s}$, las corrientes media en el primario y el secundario del transformador respectivamente. Por tanto la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ se calcula obteniendo el área bajo la curva $\frac{i_L(t)}{\lambda_1}$ en el intervalo $[0, DT]$:

$$\begin{aligned} \overline{i_i} &= \frac{1}{T} \int_0^T i_i dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} \frac{i_L}{\lambda_1} dt = \frac{1}{\lambda_1 T} \cdot \text{Área}_{DT} \\ &= \frac{1}{\lambda_1 T} \left(\frac{1}{2} \cdot \text{Base}_{DT} \cdot \text{AlturaTriángulo}_{DT} + \text{Base}_{DT} \cdot \text{AlturaRectángulo}_{DT} \right) \\ &= \frac{1}{\lambda_1 T} \left[\frac{1}{2} DT (I_{Lmáx} - I_{Lmín}) + DT I_{Lmín} \right] = \frac{D}{2\lambda_1} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \end{aligned}$$

entonces:

$$\bar{i}_i = \frac{D}{\lambda_1} \frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \quad (3.3.25)$$

donde:

$I_{Lmáx}$	Corriente máxima que pasa por la bobina en un periodo.
$I_{Lmín}$	Corriente mínima que pasa por la bobina en un periodo.
Área_{DT}	Área bajo la curva de la figura 3.3.5, correspondiente al caso MCC, y en el intervalo de integración $[0, DT]$.
Base_{DT}	Base del área Área_T , que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es DT .
$\text{AlturaTriángulo}_{DT}$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$\text{AlturaRectángulo}_{DT}$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es $I_{Lmín}$.

De forma similar tomando de nuevo como apoyo la gráfica de la figura 3.3.5 correspondiente al caso MCC, la corriente media por la bobina se calcula obteniendo el área bajo la curva $i_L(t)$ en todo el periodo:

$$\begin{aligned} \bar{i}_L &= \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt = \frac{1}{T} \cdot \text{Área}_T \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot \text{Base}_T \cdot \text{AlturaTriángulo}_T + \text{Base}_T \cdot \text{AlturaRectángulo}_T \right) \\ &= \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} (D + D_1) T (I_{Lmáx} - I_{Lmín}) + (D + D_1) T I_{Lmín} \right] = \frac{D + D_1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \end{aligned}$$

entonces:

$$\bar{i}_L = (D + D_1) \frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \quad (3.3.26)$$

donde:

\acute{Area}_T	Área bajo la curva de la figura 3.3.5, correspondiente al caso MCC y en el intervalo de integración $[0, T]$.
$Base_T$	Base del área \acute{Area}_T , que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $(D + D_1)T$.
$AlturaTriángulo_T$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$AlturaRectángulo_T$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $I_{Lmín}$.

Si se recuerda la definición de k (véase la ecuación 3.3.24), y se comparan las ecuaciones 3.3.25 y 3.3.26, se concluye que:

$$\begin{aligned} (D + D_1) \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] &= k \frac{D}{\lambda_1} \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \\ \Rightarrow (D + D_1) &= k \frac{D}{\lambda_1} \Rightarrow k = \lambda_1 \frac{D + D_1}{D} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{k = \lambda_1 \frac{D + D_1}{D}} \quad (3.3.27)$$

Resultado que es válido para el convertidor Reductor-TLP, y que tendrá un valor D_1 distinto dependiendo del modo de conducción en que se encuentre (véase el apartado 3.3.4).

3.3.3.4. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en el convertidor Reductor-TLP

El valor de G para el circuito Reductor-TLP se ha calculado en el apartado 3.3.2.3 y corresponde a la ecuación 3.3.13, el valor de k se ha particularizado en el apartado 3.3.3.3, resultando la ecuación 3.3.27.

Sustituyendo en 3.3.22, los valores de 3.3.13 y 3.3.27, se tiene que la corriente media por la bobina es:

$$\overline{i_L} = kG^2 \frac{V_i}{R_o} = \lambda_1 \frac{D + D_1}{D} \left[\frac{D}{D + \lambda_1 D_1} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{\lambda_1 (D + D_1)}{(D + \lambda_1 D_1)^2} \frac{DV_i}{R_o}$$

entonces:

$$\overline{i_L} = \frac{\lambda_1 (D + D_1)}{(D + \lambda_1 D_1)^2} \frac{DV_i}{R_o} \quad (3.3.28)$$

Esta ecuación es un resultado particularizado para un convertidor Reductor-TLP. Una vez más, se debe recordar que $a = 0$ implica $\lambda_1 = 1$, y permite obtener el resultado correspondiente al convertidor Reductor clásico.

Más adelante, se particularizarán estas expresiones en función del modo de conducción (véase apartado 3.3.4).

3.3.4. Valor D_1 en cada modo de conducción

El valor D_1 representa la fracción de periodo T durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo. Este valor dependerá de si la bobina conduce durante todo el periodo (MCC), o si existen fracciones de periodo durante las que no conduce (MCD). Para generalizar esta diferencia se dice que la bobina conduce durante la fracción de periodo $D + D_1$, tomando D_1 un valor distinto en función del modo de conducción.

3.3.4.1. Modo de conducción continua (MCC)

En este modo la bobina está siempre en conducción, y por tanto, se observa fácilmente en la gráfica correspondiente a MCC de la figura 3.3.5, que el valor de D_1 es:

$$D_1 = 1 - D \quad (3.3.29)$$

Nótese que este resultado es sólo consecuencia de haber generalizado el tiempo de conducción de la bobina, ya que en modo de conducción continua la bobina conduce la fracción de periodo $D + D_1 = D + 1 - D = 1$, es decir, la bobina conduce todo el periodo.

3.3.4.2. Modo de conducción discontinua (MCD)

Este modo en cambio es menos directo. Para obtener D_1 , sirve de apoyo la gráfica correspondiente al MCD, que se puede ver en la figura 3.3.6 y los resultados obtenidos en el apartado 3.3.3.3, concretamente, la ecuación 3.3.26, que se puede particularizar para MCD haciendo $I_{Lmin} = 0$:

$$\overline{i_L} = (D + D_1) \frac{1}{2} I_{Lmáx} \quad (3.3.30)$$

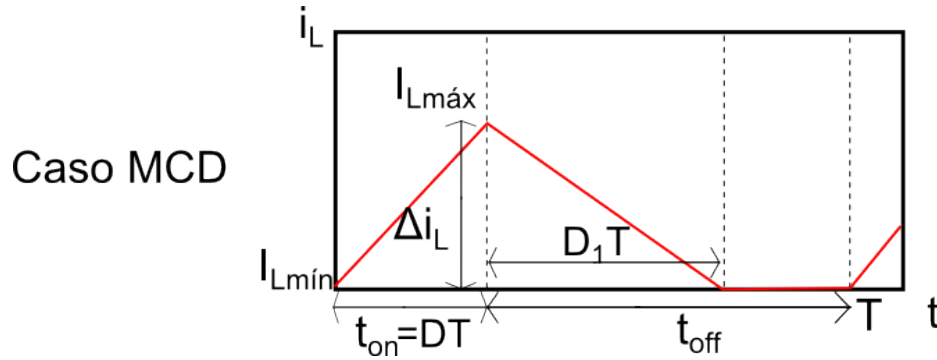


Figura 3.3.6: Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción discontinua MCD. Se destaca que la corriente por la bobina máxima $I_{Lmáx}$ es igual a la variación de corriente Δi_L . Además se observa, que la base del área bajo la curva de la corriente es $DT + D_1T = (D + D_1)T$.

Para obtener el valor de $I_{Lmáx}$, se elige una de las dos posibles ecuaciones que valen Δi_L , correspondientes a las ecuaciones 3.3.5 y 3.3.11 en valor absoluto. Se toma la segunda por ser más conveniente, ya que sólo aparece una de las tensiones, esto es:

$$I_{Lmáx} = \Delta i_L = |(\Delta i_L)_b| = \frac{V_o}{L} D_1 T \quad (3.3.31)$$

Si se sustituye la ecuación 3.3.31 en la ecuación 3.3.30 se tiene:

$$\overline{i_L} = \frac{1}{2} (D + D_1) \frac{V_o}{L} D_1 T \quad (3.3.32)$$

Se tiene que despejar D_1 de tal forma que sólo sea función de a , D y el parámetro adimensional de carga K . Este último se estudiará en la sección 3.3.5, y basta decir por ahora que su valor es $K = \frac{2L}{RT}$.

Se igualan las ecuaciones 3.3.32 y 3.3.22 y se usan las ecuaciones 3.3.13 y 3.3.27:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} (D + D_1) \frac{V_o}{L} D_1 T &= kG^2 \frac{V_i}{R_o} \\
\frac{1}{2} (D + D_1) \frac{GV_i D_1 T^2}{KR_o T} &= kG^2 \frac{V_i}{R_o} \\
\frac{(D + D_1) D_1}{K} &= kG \\
\frac{(D + D_1) D_1}{K} &= \lambda_1 \frac{D + D_1}{D} \frac{D}{D + \lambda_1 D_1} \\
\frac{D_1}{K} &= \frac{\lambda_1}{D + \lambda_1 D_1} \\
\lambda_1 D_1^2 + DD_1 &= \lambda_1 K \\
\lambda_1 D_1^2 + DD_1 - \lambda_1 K &= 0
\end{aligned}$$

entonces:

$$\lambda_1 D_1^2 + DD_1 - \lambda_1 K = 0 \quad (3.3.33)$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado obtenemos el resultado buscado:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4 \cdot \lambda_1 \cdot (-\lambda_1 K)}}{2 \cdot \lambda_1} \\
D_1 &= \frac{1}{\lambda_1} \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4K\lambda_1^2}}{2}
\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D_1 = \frac{1}{\lambda_1} \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4K\lambda_1^2}}{2}} \quad (3.3.34)$$

3.3.5. Parámetro adimensional de carga crítico K_c

Se recuerda que los circuitos aquí estudiados se pueden encontrar en modo de conducción continua (MCC) o en modo de conducción discontinua (MCD). El circuito se encuentra en MCC cuando la corriente por la bobina L nunca llega a cero, en caso contrario se dice que el circuito está en MCD.

El parámetro K sirve para determinar en qué modo de conducción se encuentra el circuito, y viene definido por la ecuación:

$$K = \frac{2L}{R_o T} \quad (3.3.35)$$

donde:

K Parámetro adimensional de carga del circuito.

Este parámetro tiene un valor determinado para cada conjunto de parámetros L , R_o y T concretos. Se debe comparar con el valor crítico del parámetro K_c , que es función de la relación de transformación a y del ciclo de trabajo D , y que determina la frontera entre modos de conducción, para establecer en qué modo de conducción está el circuito.

Puesto que el valor de la corriente por la bobina determina el modo de conducción, para determinar el valor de K_c , se necesita analizar la corriente por la bobina para el límite entre modos, para después determinar para qué valores del circuito la corriente mínima $I_{L\min}$ se hace cero justo al final del periodo, ya que ese es el momento crítico en el que una variación de cualquier parámetro del circuito hace pasar al circuito a MCC o a MCD.

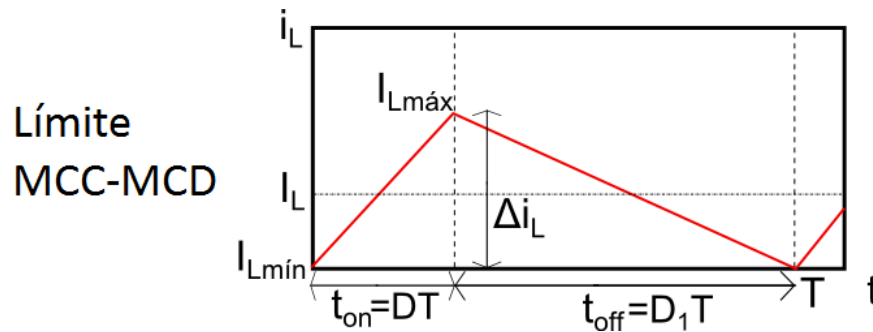


Figura 3.3.7: Corriente por la bobina en el límite entre modos, dónde se destaca que la corriente por la bobina varía $\Delta i_L/2$ por encima y por debajo de la corriente media \bar{i}_L .

Observando la figura 3.3.7, y usando las ecuaciones 3.3.23, 3.3.27, 3.3.13, 3.3.35 y 3.3.11, se calcula la corriente mínima:

$$\begin{aligned} I_{L\min} &= \bar{i}_L - \frac{|\Delta i_L|}{2} = kGI_o - \frac{|\Delta i_L|}{2} \\ &= \lambda_1 \frac{D + D_1}{D} \frac{D}{D + \lambda_1 D_1} \frac{V_o}{R_o} - \frac{\frac{V_o}{L} D_1 T}{2} = \lambda_1 \frac{D + D_1}{D + \lambda_1 D_1} \frac{V_o}{R_o} - \frac{D_1 T V_o}{2L} \\ &= \lambda_1 \frac{D + D_1}{D + \lambda_1 D_1} \frac{V_o}{R_o} - \frac{D_1 T V_o 2}{2K R_o T} = \left(\lambda_1 \frac{D + D_1}{D + \lambda_1 D_1} - \frac{D_1}{K} \right) \frac{V_o}{R_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmin} = \left(\lambda_1 \frac{D + D_1}{D + \lambda_1 D_1} - \frac{D_1}{K} \right) \frac{V_o}{R_o} \quad (3.3.36)$$

Puesto que el caso que interesa para obtener el parámetro adimensional de carga crítico, es el límite entre modos, y que en ese caso, por estar precisamente en el cambio del MCC al MCD, es indistinto usar el valor de D_1 correspondiente a cualquier modo, se usa el valor de D_1 correspondiente al MCC, por ser mucho más sencillo de calcular. Por tanto, se sustituye en la ecuación 3.3.36, la ecuación 3.3.29:

$$\begin{aligned} I_{Lmin} &= \left(\lambda_1 \frac{D + D_1}{D + \lambda_1 D_1} - \frac{D_1}{K} \right) \frac{V_o}{R_o} \\ &= \left[\lambda_1 \frac{D + 1 - D}{D + \lambda_1 (1 - D)} - \frac{1 - D}{K} \right] \frac{V_o}{R_o} \\ &= \left[\frac{\lambda_1}{D + \lambda_1 (1 - D)} - \frac{1 - D}{K} \right] \frac{V_o}{R_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmin} = \left[\frac{\lambda_1}{D + \lambda_1 (1 - D)} - \frac{1 - D}{K} \right] \frac{V_o}{R_o} \quad (3.3.37)$$

Por último, se busca el punto en el que la corriente mínima es justo cero, por lo que se determina el punto crítico haciendo $I_{Lmin} = 0$, por tanto:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[\frac{\lambda_1}{D + \lambda_1 (1 - D)} - \frac{1 - D}{K_c} \right] \frac{V_o}{R_o} \\ \frac{1 - D}{K_c} &= \frac{\lambda_1}{D + \lambda_1 (1 - D)} \\ K_c &= \frac{D + \lambda_1 (1 - D)}{\lambda_1} (1 - D) \end{aligned}$$

entonces:

$$K_c = \frac{D + \lambda_1 (1 - D)}{\lambda_1} (1 - D) \quad (3.3.38)$$

Si se recuerda el valor de K_c para un convertidor Reductor clásico:

$$K_c = 1 - D \quad (3.3.39)$$

Se observa por comparación, que el impacto producido en el parámetro adimensional de carga crítico por la inclusión del transformador, que se define como λ_2 , es:

$$\lambda_2 = \frac{D + \lambda_1 (1 - D)}{\lambda_1} \quad (3.3.40)$$

Sustituyendo 3.3.40 en 3.3.38, obtenemos una forma más compacta del parámetro adimensional de carga crítico:

$$K_c = \lambda_2 (1 - D) \quad (3.3.41)$$

De nuevo, se recalca, que si $a = 0$, entonces $\lambda_1 = 1$, lo que a su vez provoca $\lambda_2 = 1$, quedando el parámetro adimensional de carga crítico clásico.

3.3.6. Energía máxima en la bobina

Puesto que el tamaño de la bobina viene determinado por la energía máxima que debe almacenar, resulta interesante el cálculo de la energía máxima. Su expresión es:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{1}{2} L I_{Lmáx}^2 \quad (3.3.42)$$

donde:

$\varepsilon_{Lmáx}$ Energía máxima almacenada en la bobina del circuito.

Dónde la corriente máxima se calcula fácilmente cambiando el signo del segundo término de la expresión 3.3.36 correspondiente a I_{Lmin} , lo que da como resultado:

$$I_{Lmáx} = \overline{i_L} + \frac{|\Delta i_L|}{2} = \left(\lambda_1 \frac{D + D_1}{D + \lambda_1 D_1} + \frac{D_1}{K} \right) \frac{V_o}{R_o} \quad (3.3.43)$$

3.4. Ecuaciones en MCC

A continuación se exponen las ecuaciones en MCC en el orden típico de uso. El desarrollo de dichas ecuaciones, cuando no es directo, se puede encontrar en el apéndice B.

Para facilitar la comparación con el circuito clásico, se muestran las ecuaciones en función del circuito clásico correspondiente con las mismas variables iniciales. Se especificará a que circuito se refiere la variable en cada caso de la siguiente manera:

- Subíndice n para el Reductor-TLP.
- Subíndice a para el Reductor clásico.

3.4.1. Relación de transformación a

La relación de transformación es la nueva variable introducida en el circuito, y nos permitirá actuar sobre este, cuanto mayor sea su valor, más corriente se desviará por el secundario del transformador, y por tanto, menos corriente pasará por la bobina del circuito, esto es independiente del modo de conducción y en un Reductor clásico $a = 0$. Se define como:

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (3.4.1)$$

Se puede interpretar, a partir de la definición de la relación de transformación, qué implicaciones subyacen tras el hecho de que $a = 0$ en un Reductor clásico. Desde un punto de vista matemático, se puede obtener $a = 0$ haciendo $N_p = 0$, lo que equivale a decir que la tensión que cae en el primario es cero ($v_p = 0$), esto significa que existe un cortocircuito en ese tramo; adicionalmente de la definición se extrae que la corriente por el secundario es cero, $i_s = 0$, lo que equivale a decir que el circuito relativo al secundario del transformador está abierto en ese tramo.

Si se analizan estos dos hechos de forma conjunta sobre el circuito, se observa que como es de esperar, cortocircuitar el primario y abrir el circuito en el secundario equivale a tener el Reductor clásico de nuevo, es decir a quitar el transformador.

Por otro lado, matemáticamente, podríamos tender hacia $a = 0$, para valores de N_s que tienden a ∞ , esto implicaría, una gran caída de tensión en el secundario junto con mucha corriente en el primario, lo que tiende al caso clásico, o lo que es lo mismo, circuito abierto en el secundario y cortocircuito en el primario.

De este análisis se concluye que se puede controlar la cercanía con el caso clásico a través de la relación de transformación, obteniendo un circuito más parecido al del caso clásico, cuanto más cerca esté la relación de transformación de cero, ya sea a través de valores bajos de N_p o altos de N_s .

3.4.2. Parámetro de carga crítico K_c

A continuación se muestra el parámetro de carga crítica, para ver su cálculo véase el apéndice B. Este parámetro marca la frontera entre modos de conducción:

$$K_{cn} = (1 + aD)(1 - D) = (1 + aD) K_{ca} \quad (3.4.2)$$

La inclusión del transformador siempre provocará un aumento en el parámetro de carga crítico.

3.4.3. Parámetro de carga del circuito K

Para ver en qué modo se encuentra el circuito se calcula el parámetro adimensional de carga del circuito, este parámetro es independiente del modo de conducción y en un Reductor clásico toma el mismo valor que en el Reductor-TLP. Su valor es:

$$K = \frac{2L}{R_o T} \quad (3.4.3)$$

Se sabe que si $K > K_c$ estaremos en MCC, y en caso contrario en MCD.

3.4.4. Parámetro de modo de conducción χ

Con este parámetro se normaliza la determinación del modo de conducción, su definición es:

$$\chi_n = \frac{K}{K_c} = \frac{K}{(1+aD)(1-D)} = \frac{1}{1+aD} \chi_a \quad (3.4.4)$$

Por tanto, para cualquier circuito, si $\chi > 1$ estaremos en MCC, y en caso contrario en MCD. Se observa que al añadir un transformador al Reductor clásico, el parámetro disminuye si $D \neq 0$, y es cada vez menor según aumenta D , hasta alcanzar la reducción máxima $\frac{1}{1+a}$ para $D = 1$.

Esto se traduce en que un Reductor clásico en MCC, puede pasar a MCD al añadirle el transformador, siendo imposible lo contrario. Esto es lógico, puesto que al desviar parte de la corriente proveniente de entrada a través del secundario, la bobina recibirá menos corriente, disminuyendo el valor de su corriente media, por tanto, cuanto mayor sea el valor de la relación de transformación a , menor la corriente en la bobina, y más probable que la bobina deje de conducir en alguna fracción del período.

3.4.5. Ganancia del convertidor G

Se muestra la ganancia del circuito, para ver su cálculo véase el apéndice B. La ganancia toma el valor:

$$G_n = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1+a}{1+aD} D = \frac{1+a}{1+aD} G_a \quad (3.4.5)$$

Puesto que a siempre es mayor que cero, y que D siempre es menor que 1, se observa que $\frac{1+a}{1+aD}$, toma un valor máximo igual a 1, para $D = 1$, y va aumentando su valor conforme disminuye el valor de D , hasta el valor máximo $1+a$, para $D = 0$. Por tanto, la ganancia en el convertidor Reductor propuesto siempre será mayor que la ganancia en el convertidor Reductor clásico.

Una vez calculada la ganancia, el resto de variables se pueden calcular a partir de esta y de las variables de estado del circuito.

3.4.6. Tensión de salida V_o

La ganancia permite obtener la tensión y la corriente de salida. La tensión de salida es:

$$V_{on} = GV_i = \frac{1+a}{1+aD} DV_i = \frac{1+a}{1+aD} V_{oa} \quad (3.4.6)$$

3.4.7. Corriente de salida I_o

La corriente de salida toma el valor:

$$I_{on} = \frac{V_o}{R_o} = \frac{1+a}{1+aD} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{1+a}{1+aD} I_{oa} \quad (3.4.7)$$

3.4.8. Corriente de entrada $\overline{i_i}$

La corriente de entrada, según se calculó en 3.3.17, toma el valor:

$$\overline{i_{in}} = G^2 \frac{V_i}{R_o} = \left(\frac{1+a}{1+aD} D \right)^2 \frac{V_i}{R_o} = \left(\frac{1+a}{1+aD} \right)^2 \frac{D^2 V_i}{R_o} = \left(\frac{1+a}{1+aD} \right)^2 \overline{i_{ia}} \quad (3.4.8)$$

Así mismo, como se explica en la sección 3.3.3.1, se recuerda que el convertidor se puede considerar equivalente a un transformador con relación de transformación:

$$a' = \frac{(1+a)D}{1+aD} = \frac{V_i}{V_o} = \frac{I_o}{\overline{i_i}} \quad (3.4.9)$$

3.4.9. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$

La corriente por la bobina se determina en el apéndice B, y toma el valor:

$$\overline{i_{Ln}} = \frac{1+a}{(1+aD)^2} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{1+a}{(1+aD)^2} \overline{i_{La}} \quad (3.4.10)$$

3.4.10. Variación de la corriente por la bobina Δi_L

La corriente por la bobina de subida y de bajada toman el mismo valor en valor absoluto:

$$\Delta i_{Ln} = \pm \frac{(1+a)(1-D)}{1+aD} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o} = \pm \frac{(1+a)(1-D)}{1+aD} \Delta i_{La} \quad (3.4.11)$$

3.4.11. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$

La corriente máxima por la bobina también se puede encontrar en el apéndice B, siendo su valor:

$$I_{Lmáxn} = \frac{K + (1 - D)(1 + aD)}{(1 + aD)^2} \frac{1 + a}{K} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{[K + (1 - D)(1 + aD)](1 + a)}{(1 + aD)^2 [K + (1 - D)]} I_{Lmáxa} \quad (3.4.12)$$

O usando la expresión 3.4.2:

$$I_{Lmáxn} = \frac{1 + a}{(1 + aD)^2} \frac{K + K_c}{K} \frac{DV_i}{R_o} = \frac{1 + a}{(1 + aD)^2} \frac{K + K_{cn}}{K + K_{ca}} I_{Lmáxa} \quad (3.4.13)$$

3.4.12. Corriente por el primario $\overline{i_p}$

Puesto que la corriente por el primario es igual a la corriente por la bobina en t_{on} , en MCC, es directa la deducción :

$$\overline{i_p} = D\overline{i_L} = \frac{1 + a}{(1 + aD)^2} \frac{D^2 V_i}{R_o} \quad (3.4.14)$$

Para el convertidor Reductor clásico sin transformador ($a = 0$), esta ecuación es igual a la corriente de entrada.

3.4.13. Corriente por el secundario $\overline{i_s}$

La definición del transformador proporciona de forma directa el resultado:

$$\overline{i_s} = a\overline{i_p} = \frac{a(1 + a)}{(1 + aD)^2} \frac{D^2 V_i}{R_o} \quad (3.4.15)$$

3.4.14. Corriente por el diodo $\overline{i_D}$

Por observación de la figura 3.3.4, se concluye que la corriente por el diodo es igual a la corriente por la bobina en t_{off} , por lo tanto

$$\overline{i_{Dn}} = (1 - D)\overline{i_L} = \frac{1 + a}{(1 + aD)^2} \frac{(1 - D) DV_i}{R_o} = \frac{1 + a}{(1 + aD)^2} \overline{i_{Da}} \quad (3.4.16)$$

Se puede ampliar el concepto de relación de transformación visto en la ecuación 3.4.9, para relacionar todas la variables vistas hasta ahora obteniendo:

$$\begin{aligned}
 a' = \frac{1}{G} &= \frac{1 + aD}{(1 + a)D} = \frac{V_i}{V_o} = \frac{I_o}{\bar{i}_i} = \frac{1}{(1 + a)D} \frac{I_o}{\bar{i}_L} = \frac{1}{1 + a} \frac{I_o}{\bar{i}_p} = \frac{a}{1 + a} \frac{I_o}{\bar{i}_s} \\
 &= \frac{(1 - D)}{D(1 + a)} \frac{I_o}{\bar{i}_D} = \frac{K}{2(1 - D)} \frac{\Delta i_L}{\bar{i}_i} = \frac{K(1 + aD)}{K + K_c} \frac{I_{Lmáx}}{\bar{i}_i}
 \end{aligned} \tag{3.4.17}$$

3.4.15. Energía máxima en la bobina

Se puede ver la deducción de la energía máxima necesaria en la bobina en el apéndice B. Su valor es:

$$\varepsilon_{Lmáxn} = \frac{\{K + (1 - D)(1 + aD)\}^2 (1 + a)^2 T}{(1 + aD)^4 4K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o} = \frac{(1 + a)^2 \{K + (1 - D)(1 + aD)\}^2}{(1 + aD)^4 [K + (1 - D)]^2} \varepsilon_{Lmáxa} \tag{3.4.18}$$

O si se usa 3.4.2:

$$\varepsilon_{Lmáxn} = \frac{(1 + a)^2}{(1 + aD)^4} \frac{1}{4} \frac{[K + K_c]^2}{K} \frac{D^2 V_i^2}{f R_o} = \frac{(1 + a)^2}{(1 + aD)^4} \left(\frac{K + K_{cn}}{K + K_{ca}} \right)^2 \varepsilon_{Lmáxa} \tag{3.4.19}$$

Esta ecuación muestra que para valores bajos de ciclo de trabajo D , la energía necesaria en la bobina será mayor, en cambio para valores altos de D , la energía necesaria será menor. El valor de D en el que el circuito pasa de necesitar más energía en la bobina a necesitar menos, se desplazará hacia la izquierda según se va incrementando el valor del parámetro adimensional de carga K .

3.4.16. Conclusiones

Las ecuaciones obtenidas para MCC, muestran que la inclusión del transformador provocará un aumento en la ganancia, y ello lleva asociado una disminución en las corrientes para valores medios y altos de ciclo de trabajo D . Esto es significativo para la corriente a través de la bobina del circuito, ya que esto provocará que la energía necesaria en la bobina sea menor, y por tanto, sea más pequeña.

Sin embargo, este análisis, considerando únicamente MCC, sólo es válido para valores muy altos de K , tanto más altos cuanto mayor sea la relación de

transformación del transformador que se desea introducir, esto es una consecuencia directa del aumento que provoca el transformador en el parámetro adimensional de carga crítico representado por la ecuación 3.4.2.

En el siguiente apartado se considerarán las consecuencias asociadas al aumento del parámetro adimensional de carga crítico, ya que las curvas del convertidor Reductor-TLP del transformador cambiarán de modo de conducción, reduciéndose rápidamente el rango de ciclo de trabajo D , que mantiene al circuito en modo de conducción continua.

3.5. Estudio gráfico

Como se comprueba en la ecuación 3.4.17, la ganancia es una variable clave, y relaciona las distintas variables del convertidor Reductor-TLP. Por tanto, se analizará gráficamente la ganancia y su evolución con la relación de transformación y el ciclo de trabajo. La expresión correspondiente al MCC es la ecuación 3.4.5; A continuación se calcula la ecuación correspondiente a MCD sustituyendo las ecuaciones 3.3.8 y 3.3.34 en la ecuación 3.3.13:

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{D}{D + \lambda_1 D_1} \\
 &= \frac{D}{D + \lambda_1 \frac{1}{\lambda_1} \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4K\lambda_1^2}}{2}} \\
 &= \frac{D}{D + \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4K\lambda_1^2}}{2}} \\
 &= \frac{D}{D + \frac{-D + \sqrt{D^2 + \frac{4K}{(1+a)^2}}}{2}} \\
 &= \frac{2D}{2D - D + \sqrt{D^2 + \frac{4K}{(1+a)^2}}} \\
 &= \frac{2D}{D + \sqrt{D^2 + \frac{4K}{(1+a)^2}}} \\
 &= \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2(1+a)^2}}}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{G = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2(1+a)^2}}}} \quad (3.5.1)$$

Por lo que la curva que representa la ganancia en cualquier estado es:

$$G = \begin{cases} \frac{1+a}{1+aD} D & \text{si MCC} \\ \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2(1+a)^2}}} & \text{si MCD} \end{cases} \quad (3.5.2)$$

3.5.1. Curva crítica

Esta curva separa los pares de puntos (a, D) correspondientes a MCC, de los correspondientes a MCD, y existe una para cada valor de K . Para adaptar la curva a las distintas gráficas a representar se expresará de tres formas distintas. Estas son:

1. $a_c(D, K)$
2. $D_c(a, K)$
3. $G_c(D, K)$

3.5.1.1. Relación de transformación crítica $a_c(D, K)$

Para calcular $a_c(D, K)$ se usa la condición de criticidad del circuito:

$$\begin{aligned}
 K_c &= K \\
 (1 + aD)(1 - D) &= K \\
 1 + aD &= \frac{K}{1 - D} \\
 aD &= \frac{K}{1 - D} - 1 \\
 aD &= \frac{K - 1 + D}{1 - D} \\
 a &= \frac{K - 1 + D}{(1 - D)D}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{a_c(D, K) = \frac{K - 1 + D}{(1 - D)D}} \quad (3.5.3)$$

A continuación se representa dicha función para distintos valores de K :

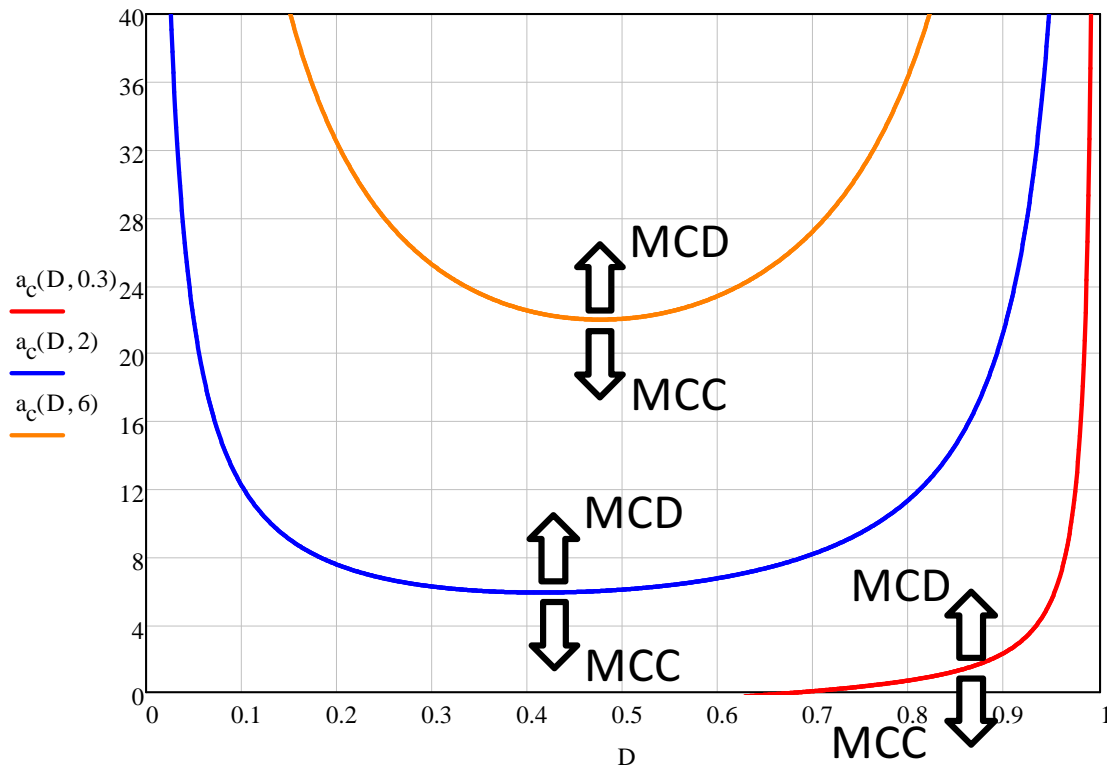


Figura 3.5.1: Relación de transformación crítica en función de D para distintos valores de K .

La figura 3.5.1 muestra que la relación de transformación tiene un valor mínimo cerca del ciclo de trabajo intermedio, aumentando al acercarnos a los extremos. Se observa que el aumento de K , desplaza la curva hacia arriba.

En la gráfica, los puntos por encima de la curva son puntos que proporcionan el estado MCD, en cambio los puntos por debajo de la curva corresponden a puntos en MCC. Se observa que, como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia arriba dejando el punto por debajo de la curva.

Dada la forma de la curva, los valores más altos de K , para permanecer en MCC, corresponden a los valores centrales del ciclo de trabajo, estando los valores extremos en MCC para un gran rango de valores de a .

Finalmente, se puede observar que si el parámetro adimensional de carga es muy pequeño habrá rangos de D , donde ningún valor de relación de trans-

formación producirá el cambio de MCD a MCC.

3.5.1.2. Ciclo de trabajo crítico $D_c(a, K)$

Despejando esta vez D , se puede obtener $D_c(a, K)$:

$$\begin{aligned}
 (1 + aD)(1 - D) &= K \\
 1 + aD - D - aD^2 &= K \\
 -aD^2 + D(a - 1) + 1 - K &= 0 \\
 aD^2 - D(a - 1) + K - 1 &= 0 \\
 D &= \frac{a - 1 \pm \sqrt{(1 - a)^2 - 4a(K - 1)}}{2a} \\
 D &= \frac{a - 1 \pm \sqrt{2 + a^2 - 2a - 4aK + 4a}}{2a} \\
 D &= \frac{a - 1 \pm \sqrt{2 + a^2 + 2a - 4aK}}{2a} \\
 D &= \frac{a - 1 \pm \sqrt{(1 + a)^2 - 4aK}}{2a}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D_c(a, K) = \frac{a - 1 \pm \sqrt{(1 + a)^2 - 4aK}}{2a}} \quad (3.5.4)$$

A continuación se representa dicha función para distintos valores de K :

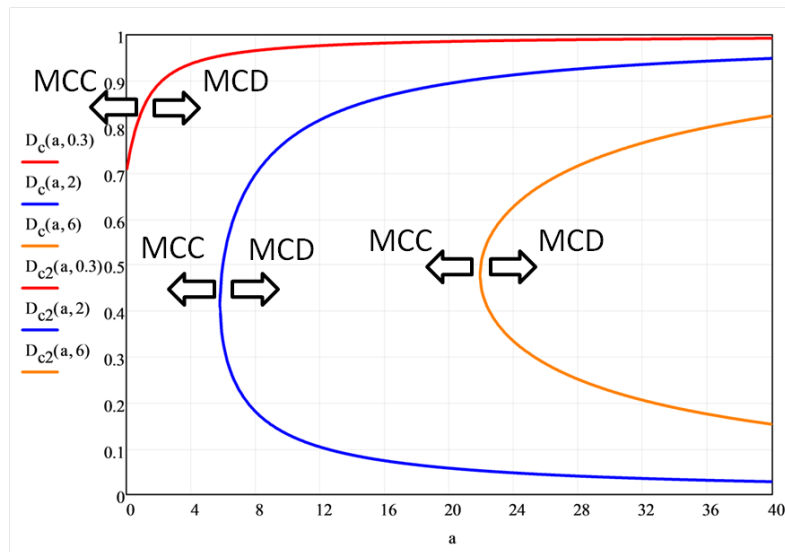


Figura 3.5.2: Ciclo de trabajo crítico en función de a para distintos valores de K .

Se debe notar que la gráfica corresponde a las dos soluciones de la ecuación de segundo grado resuelta para obtener D_c , por tanto, la curva está formada por dos funciones.

La figura 3.5.2 muestra que el ciclo de trabajo crítico aumenta y disminuye con el aumento de valores de a , quedando una zona interior que forma la región de MCD, y una zona exterior donde los pares de puntos pertenecen a MCC. Así mismo, el aumento de K , desplaza las curvas hacia la derecha.

Un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia la derecha dejando el punto a la izquierda de la curva. Se observa que, los ciclos de trabajo centrados son los últimos en cambiar de modo de conducción.

3.5.1.3. Ganancia crítica en función del ciclo de trabajo $G_c(D, K)$

Se obtiene la ganancia crítica en función D y de K sustituyendo 3.5.3 en 3.5.2:

$$\begin{aligned}
 G_c(D, K) &= \frac{1 + a_c(D, K)}{1 + a_c(D, K)D} D \\
 &= \frac{1 + \frac{K-1+D}{(1-D)D}}{1 + \frac{K-1+D}{(1-D)D}} D \\
 &= \frac{\frac{(1-D)D + K - 1 + D}{(1-D)D}}{\frac{(1-D)D + K - 1 + D}{(1-D)D}} D \\
 &= \frac{(2-D)D + K - 1}{\frac{D}{\frac{K}{1}}} D \\
 &= \frac{(2-D)D + K - 1}{K}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$G_c(D, K) = \frac{(2-D)D + K - 1}{K} \quad (3.5.5)$$

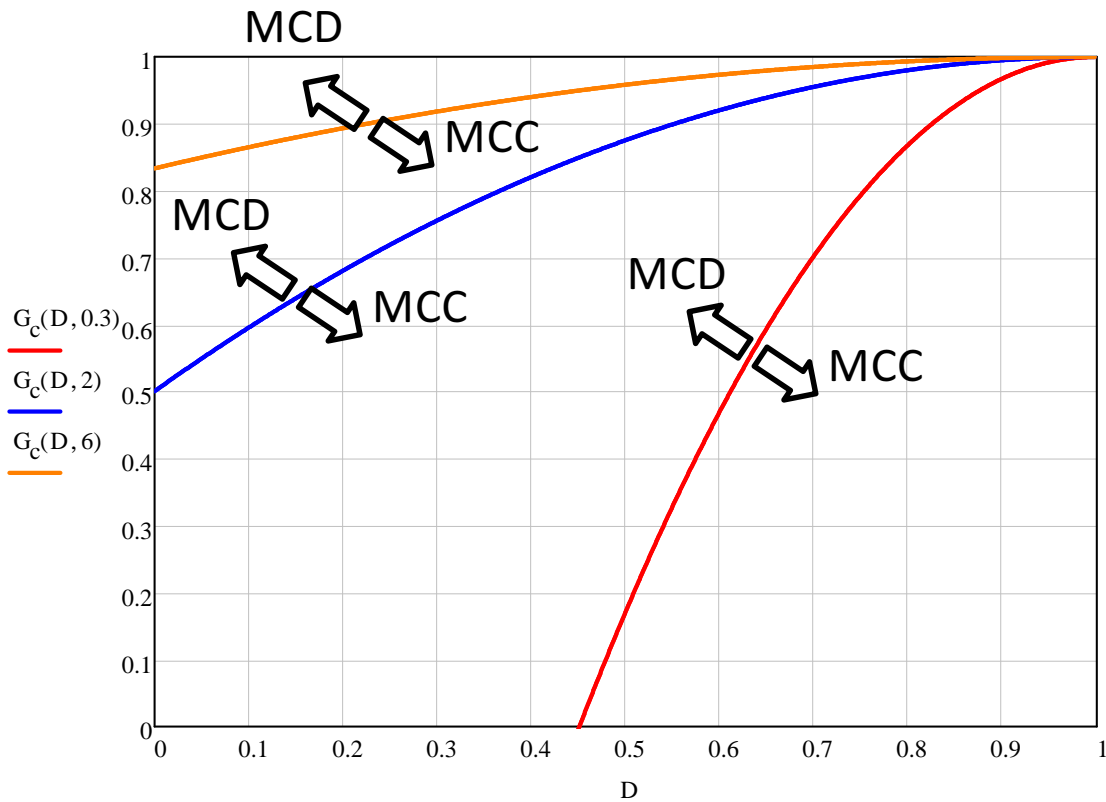


Figura 3.5.3: Ganancia crítica en función de D para distintos valores de K .

La figura 3.5.3 muestra que la ganancia crítica aumenta con el aumento de

valores de D . Así mismo, el aumento de K , hace rotar la curva alrededor del punto $(G, D) = (1, 1)$ en sentido horario.

En la gráfica, los puntos por debajo de la curva son puntos que proporcionan el estado MCC, en cambio los puntos por encima de la curva corresponden a puntos en MCD. Se observa que como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia arriba dejando el punto por debajo de la curva.

3.5.2. Análisis de la ganancia

Teniendo en cuenta las ecuaciones 3.5.2, y 3.5.4. La función que se va a estudiar es:

$$G(a, D, K) = \begin{cases} \frac{1+a}{1+aD} D & \text{si } D \geq D_c(a, K) \\ \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2(1+a)^2}}} & \text{si } D < D_c(a, K) \end{cases} \quad (3.5.6)$$

Para entender mejor la influencia del transformador se analizará inicialmente la curva correspondiente al caso clásico únicamente en MCC, esta curva corresponde a $G(0, D, K) = D$, supuesto que K es suficientemente grande como para tener MCC en todo el rango de D .

En la figura 3.5.4 se observa que en el Reductor clásico la ganancia y el ciclo de trabajo toman el mismo valor y la función es lineal.

Y en la figura 3.5.5 se representan las curvas para distinto valores de relación de transformación, suponiendo nuevamente que K es suficientemente grande para que todas las curvas estén en MCC todo el rango de D .

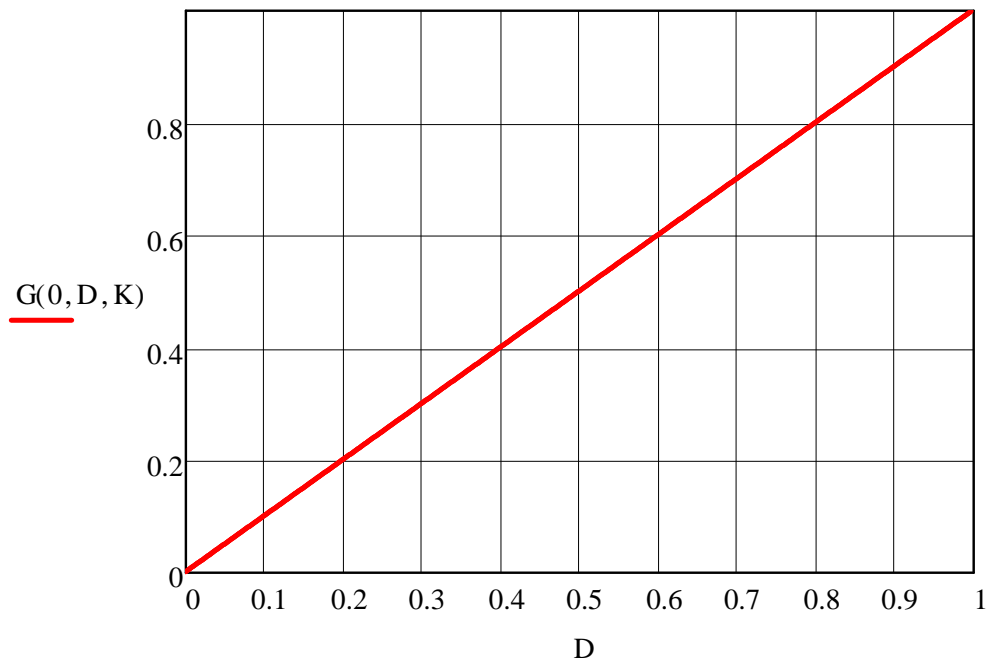


Figura 3.5.4: Ganancia del Reductor clásico en función de D , para MCC en todo el rango de D .

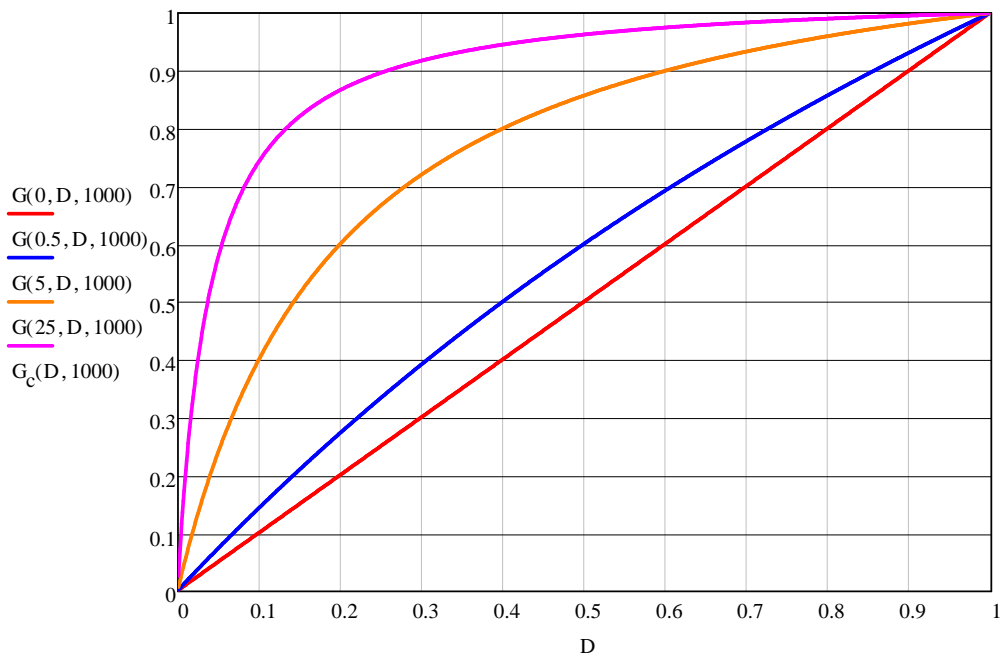


Figura 3.5.5: Ganancia del Reductor clásico y Reductor-TLP en función de D , para MCC en todo el rango de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a .

Las curvas muestran que la introducción del transformador hace que la

curva se “estire” hacia la esquina superior izquierda, manteniendo el inicio y el fin de la curva fijos, por tanto, cuanto mayor sea la relación de transformación, más se “estirará” la curva.

La forma de la curva al introducir un transformador, indica que para valores medios y altos de D , es posible conseguir ganancias cercanas a la unidad y más estables, ya que la variación de la ganancia con el ciclo de trabajo es menor. En cambio, si el ciclo de trabajo es bajo, se producen bruscos cambios de ganancia para pequeños cambios en el ciclo de trabajo, lo que complica el control. Esto indica que el Reductor-TLP es indicado para trabajar con ganancias cercanas a la unidad y ciclos de trabajo centrados, pudiendo obtenerse un ciclo de trabajo centrado, ganancias altas y mayor estabilidad en el control del circuito.

No obstante, es en este caso de parámetro K muy alto, cuando se obtienen los mayores beneficios al introducir un transformador, puesto que la curvas conservan el modo de conducción continuo en todo el rango, aún a pesar de que el transformador provoque una fuerte disminución en la corriente por la bobina. Sin embargo, esto no es una situación habitual, porque significaría que el Reductor clásico que se pretende sustituir está sobredimensionado, y tiene una bobina mucho más grande que la necesaria para un diseño eficiente.

Adicionalmente, se muestra en la figura 3.5.6, el comportamiento del circuito en MCD, donde se observa que se produce igualmente el efecto de estirado, con la diferencia que en este caso la curva clásica ya está próxima a la esquina superior derecha, esto provoca que las curvas sean del mismo estilo que las curvas en MCC, pero más cerca de la esquina, siendo más planas para valores altos de D , y más verticales para valores bajos.

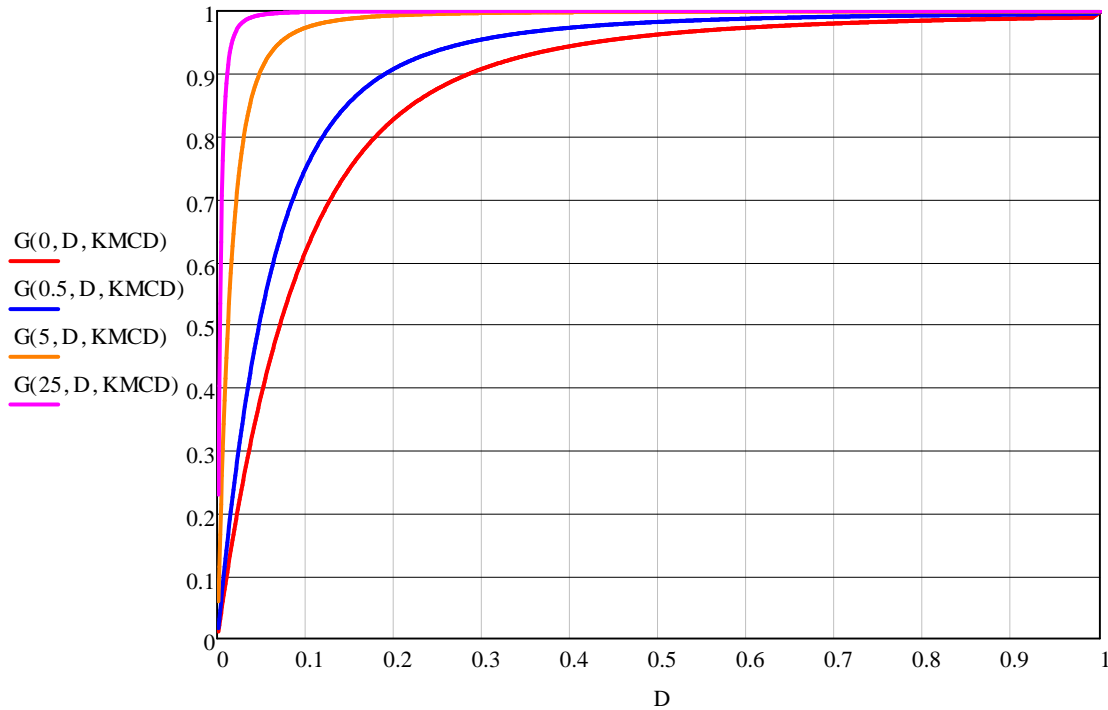


Figura 3.5.6: Ganancia del Reductor clásico y Reductor-TLP en función de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a . El valor de K es suficientemente bajo para que todas las curvas cambien a MCD.

Si se incluye finalmente la posibilidad de cambio de modo de conducción, para ello será necesario utilizar la gráfica de la ganancia crítica correspondiente a la ecuación 3.5.5. Hasta ahora, se había considerado el valor de K , tan alto que la curva crítica estaba muy cerca de la línea horizontal correspondiente a la ganancia unidad, pero como se ve en la figura 3.5.3, al disminuir el valor de K , la curva va girando en sentido antihorario, hasta empezar a cortar a las curvas de la ganancia, como se muestra en la figura 3.5.7.

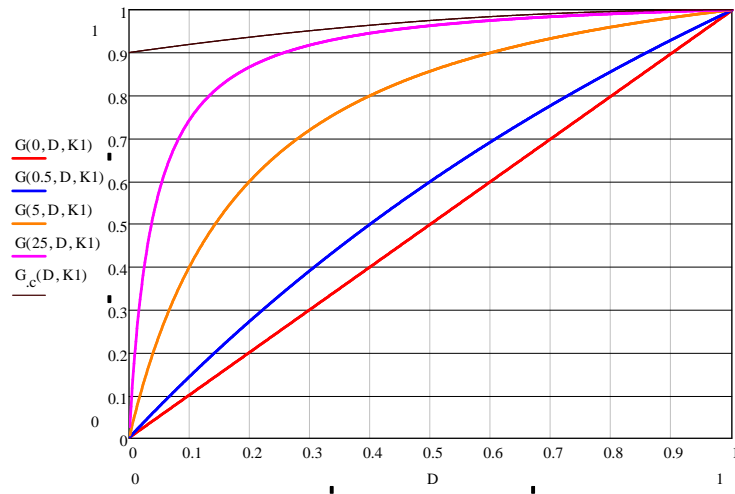
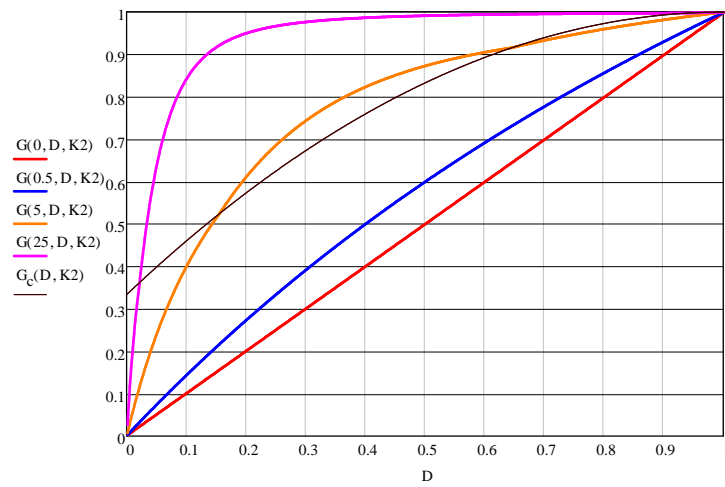
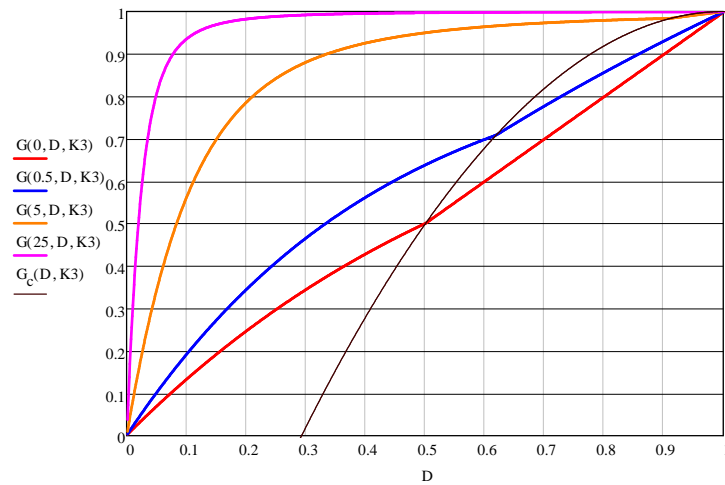
(a) Valor de K alto.(b) Valor de K intermedio.(c) Valor de K bajo.

Figura 3.5.7: Ganancia del Reductor clásico y Reductor-TLP en función de D . Se muestran varias gráficas para distintos valores de K , y para cada gráfica varias curvas para distintos valores de a .

Como último análisis en la figura 3.5.7, se muestran las gráficas para distintos valores de K que van reduciéndose. Dichas gráficas muestran que según se va reduciendo el valor de K , la curva crítica va rotando alrededor del punto $(G, D) = (1, 1)$ en sentido antihorario, haciendo cambiar de modo de conducción a las curvas que va cortando, siendo la curva correspondiente al Reductor Clásico la última en empezar a cambiar de modo de conducción.

Se observa, que puesto que el transformador estira hacia arriba las curvas, cuanto mayor sea la relación de transformación, antes cortará la curva crítica, por tanto, para un mismo valor de K , el circuito Reductor-TLP siempre tendrá menor valor de rango de ciclo de trabajo en MCC.

Así mismo, se observa que la diferencia entre la curva en MCC y MCD no es muy acusada, puesto que ambas son del mismo estilo. Otra observación importante, es que para parámetros de carga adimensional intermedios, el rango de D , para el que el circuito está en MCC, está dividido en dos partes, una para valores bajos de ciclo de trabajo y otra para valores altos, quedando los valores centrales en MCD. Esto concuerda con la curva crítica $a_c(D, K)$ obtenida, que mostraba que los extremos del rango del ciclo de trabajo están más fácilmente en MCC.

Sin embargo, es más interesante trabajar en el rango superior, ya que en el inferior el circuito presenta mayor variación de la ganancia al cambiar bruscamente ante variaciones de D .

3.6. Diseño de un circuito y simulación en PSIM

En esta sección se usarán las ecuaciones desarrolladas en la sección 3.4 para sustituir un convertidor Reductor por un convertidor Reductor-TLP, así mismo, dicho circuito se analizará mediante su simulación en el programa PSIM.

3.6.1. Ecuaciones de diseño

Se deducen a continuación algunas ecuaciones que resultan útiles para el diseño del Reductor-TLP. A partir de la ecuación 3.4.5:

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{1+a}{1+aD} D \\
 (1+aD)G &= (1+a)D \\
 G + aDG &= D + aD \\
 aDG - aD &= D - G \\
 aD(G-1) &= D - G \\
 a &= \frac{D-G}{D(G-1)} \\
 a &= \frac{-1}{-1} \frac{D-G}{D(G-1)} \\
 a &= \frac{G-D}{D(1-G)}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{a = \frac{G-D}{D(1-G)}} \quad (3.6.1)$$

La razón de multiplicar numerador y denominador por -1 , es para poner la ecuación en una forma más intuitiva, ya que $G-1$ es negativo, por lo que esta ecuación sólo tiene sentido si $D-G$, también es negativo, o tras multiplicar por -1 , se concluye que sólo se puede obtener un valor de ciclo de trabajo menor que la ganancia que se desea, en caso contrario se obtendría un valor negativo de relación de transformación, lo que no es posible.

Se considera que aunque para algunas curvas existen dos tramos de D , en MCC, uno para valores bajos de D , y otro para valores altos de D , se elige el

de valores altos, ya que es el que tiene una aplicación más interesante. En tal caso, el rango de D , para el que el circuito se encuentra en MCC, es $[D_i, 1]$.

Para calcular el valor de K que permite obtener el valor inferior del rango de D deseado, se busca el punto de intersección entre la curva crítica de la ganancia (ecuación 3.5.5) y la curva correspondientes a MCC (ecuación 3.4.5):

$$\begin{aligned}
 \frac{1+a}{1+aD_i} D_i &= \frac{(2-D_i) D_i + K_i - 1}{K_i} \\
 \frac{(1+a) D_i K_i}{1+aD_i} &= (2-D_i) D_i + K_i - 1 \\
 (1+a) D_i K_i &= (2D_i - D_i^2 + K_i - 1) (1+aD_i) \\
 (1+a) D_i K_i &= (2D_i - D_i^2 - 1) (1+aD_i) + K_i (1+aD_i) \\
 (1+a) D_i K_i - K_i (1+aD_i) &= (2D_i - D_i^2 - 1) (1+aD_i) \\
 K_i [D_i + aD_i - 1 - aD_i] &= (2D_i - D_i^2 - 1) (1+aD_i) \\
 K_i &= \frac{(2D_i - D_i^2 - 1) (1+aD_i)}{D_i - 1}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{K_i = \frac{(2D_i - D_i^2 - 1) (1+aD_i)}{D_i - 1}} \quad (3.6.2)$$

Se pueden obtener las raíces de la ecuación de segundo grado del numerador y realizar la siguiente simplificación:

$$\begin{aligned}
 K_i &= \frac{(2D_i - D_i^2 - 1) (1+aD_i)}{D_i - 1} \\
 &= \frac{-(D_i^2 - 2D_i + 1) (1+aD_i)}{D_i - 1} \\
 &= \frac{(D_i^2 - 2D_i + 1) (1+aD_i)}{1 - D_i} \\
 &= \frac{(1 - D_i)^2 (1+aD_i)}{1 - D_i} \\
 &= (1 - D_i) (1+aD_i)
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{K_i = (1 - D_i) (1+aD_i)} \quad (3.6.3)$$

No obstante, se debe notar que esta función sólo es válida para valores

$D_i \neq 1$, puesto que como se observa en la ecuación 3.6.2, $D_i = 1$, hace cero el denominador.

Haciendo $a = 0$, se obtiene la curva correspondiente al caso clásico:

$$K_i = 1 - D_i \quad (3.6.4)$$

A continuación se representa la curva del circuito propuesto:

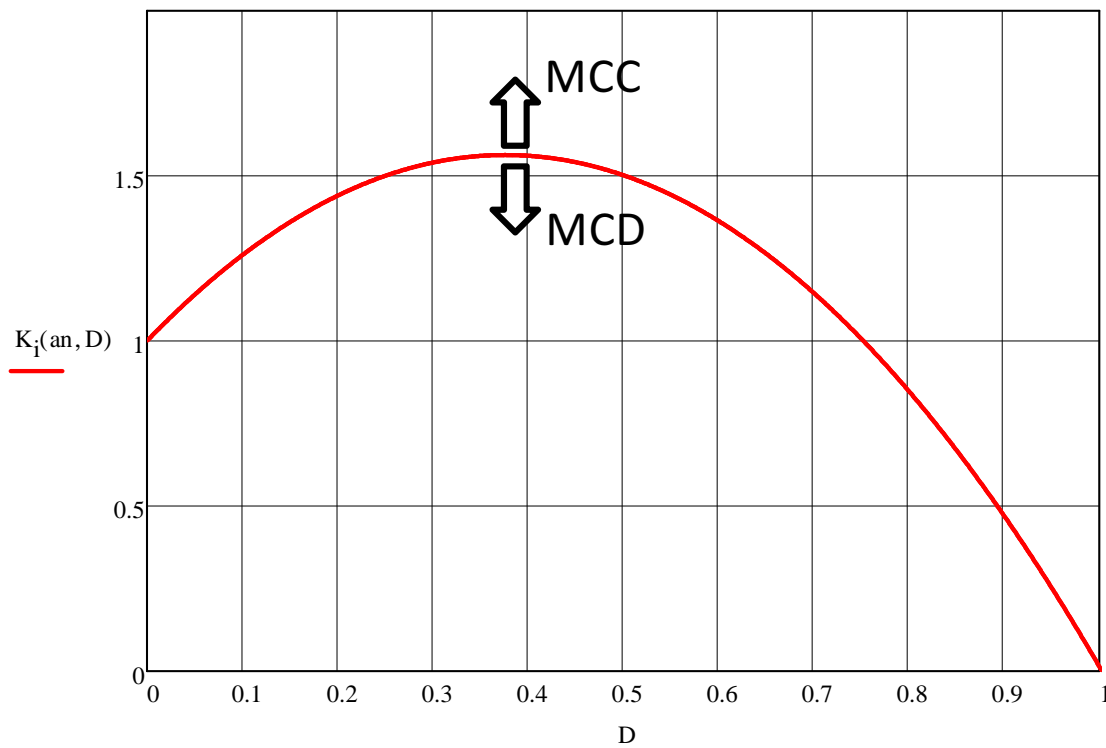


Figura 3.6.1: Curva de valores del parámetro adimensional de carga que proporciona un determinado rango de ciclo de trabajo D en MCC.

Esta curva por debajo de su máximo proporciona dos rangos de D en los que el circuito está en MCC, esto es, desde 0 hasta el primer punto de corte, y desde el segundo punto de corte hasta 1, pero dichos rangos se unen si se selecciona justo el máximo. Esto significa que justo para el máximo tenemos todo el rango de D en MCC.

Como se observa en la figura 3.5.7, para valores bajos de K , la curva de ganancia crítica corta a la curva de la ganancia en un punto, obteniéndose un pequeño rango de valores de ciclo de trabajo correspondientes a MCC. Según va aumentando el valor de K , la curva de ganancia crítica corta a la curva de

la ganancia en dos puntos, obteniéndose dos rangos en MCC, uno para valores bajos de ciclo de trabajo y otro para valores altos. Finalmente, si el valor de K sigue aumentando, sendos puntos de corte se van acercando hasta que la curva de ganancia crítica es tangente a la curva del ganancia, es precisamente en dicho punto donde se obtiene todo el rango de D en MCC, y su valor se obtiene igualando la derivada de K_i , a cero:

$$\begin{aligned}\frac{\partial K_i}{\partial D_i} &= -1(1 + aD_0) + (1 - D_0)a = 0 \\ -1 - aD_0 + a - aD_0 &= 0 \\ -1 + a - 2aD_0 &= 0 \\ D_0 &= \frac{a - 1}{2a}\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D_0 = \frac{a - 1}{2a}} \quad (3.6.5)$$

Por tanto el valor de K , que proporciona todo el rango de D en MCC es:

$$\begin{aligned}K_0 &= (1 - D_0)(1 + aD_0) \\ &= \left(1 - \frac{a - 1}{2a}\right) \left(1 + a \frac{a - 1}{2a}\right) \\ &= \left(1 - \frac{a}{2a} + \frac{1}{2a}\right) \left(1 + \frac{a - 1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{a}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + 1\right) (1 + a)\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{K_0 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + 1\right) (1 + a)} \quad (3.6.6)$$

Se debe notar que valores por debajo de este reducen drásticamente el ciclo de trabajo, debido a que el rango en el que el circuito está en MCC se divide en dos partes, siendo el rango cortado por valores centrales del ciclo de trabajo.

Las expresiones correspondientes al Reductor clásico y el Reductor-TLP se han representado en la figura [3.6.2](#).

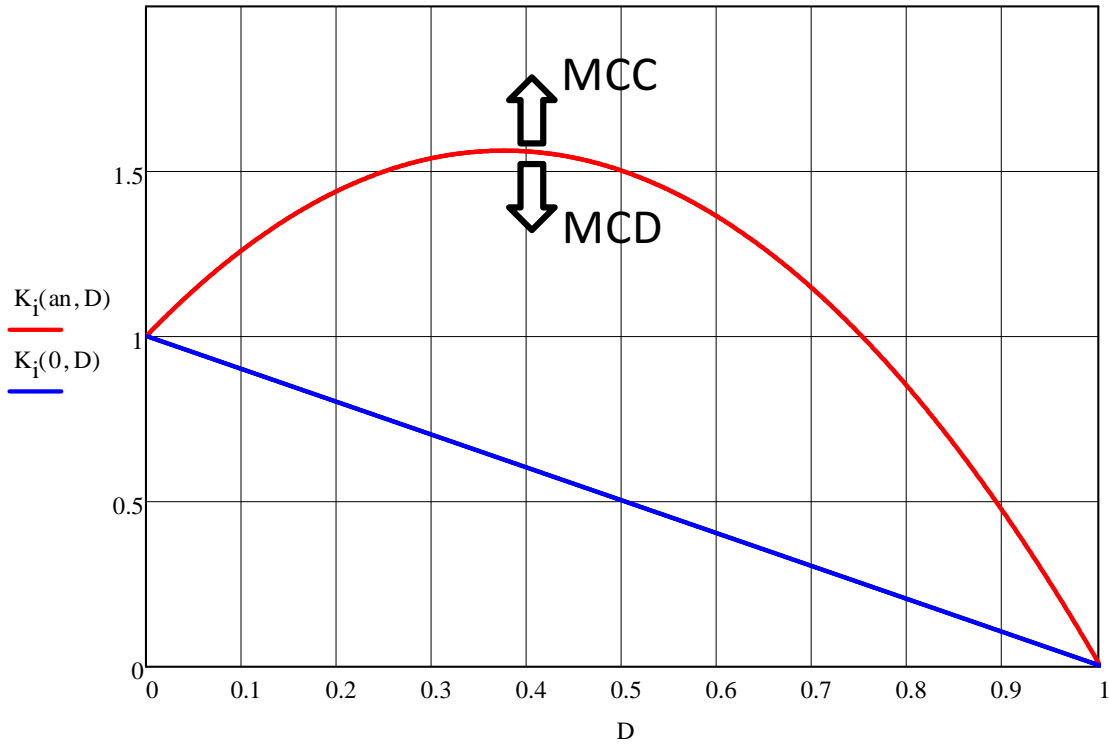


Figura 3.6.2: Diferencia entre el valor de K_i nuevo y clásico para distintos valores de D_i .

Se observa que siempre habrá que aumentar el valor de K_i , para mantener el mismo rango que en el Reductor clásico, y que ese aumento es mayor para valores centrales de D_i .

Por otro lado, comparando la energía máxima en una bobina del Reductor clásico, con la de la bobina en el Reductor-TLP, con las mismas condiciones; usando la definición de energía en la bobina y las ecuaciones 3.3.35 y 3.4.12, se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 \eta_{\varepsilon L} &= \frac{\frac{1}{2} L_n (I_{Lmáxn})^2}{\frac{1}{2} L_a (I_{Lmáxa})^2} \\
 &= \frac{\frac{R_{on}}{2f_n} K_n \left\{ \frac{1+a}{(1+aD)^2} \frac{K_n + K_{cn}}{K_n} \frac{D_n V_{in}}{R_{on}} \right\}^2}{\frac{R_{oa}}{2f_a} K_a \left(\frac{K_a + K_{ca}}{K_a} \frac{D_a V_{ia}}{R_{oa}} \right)^2} \\
 &= \frac{\frac{(1+a)^2}{(1+aD)^4} \frac{R_{on} K_n (K_n + K_{cn})^2 D_n^2 V_{in}^2}{2f_n K_n^2 R_{on}^2}}{\frac{R_{oa} K_a (K_a + K_{ca})^2 D_a^2 V_{ia}^2}{2f_a K_a^2 R_{oa}^2}} \\
 &= \frac{(1+a)^2}{(1+aD)^4} \frac{f_a K_a R_{oa}}{f_n K_n R_{on}} \left(\frac{K_n + K_{cn}}{K_a + K_{ca}} \right)^2 \left(\frac{D_n}{D_a} \right)^2 \left(\frac{V_{in}}{V_{ia}} \right)^2
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\eta_{\varepsilon L} = \frac{(1+a)^2}{(1+aD)^4} \frac{f_a K_a R_{oa}}{f_n K_n R_{on}} \left(\frac{K_n + K_{cn}}{K_a + K_{ca}} \right)^2 \left(\frac{D_n}{D_a} \right)^2 \left(\frac{V_{in}}{V_{ia}} \right)^2 \quad (3.6.7)$$

Esta expresión compara el Reductor clásico con el Reductor-TLP mientras ambos estén en MCC.

3.6.2. Pasos para la sustitución de un Reductor clásico por un Reductor-TLP

A continuación se describen los pasos que se deben seguir para sustituir un Reductor clásico que se encuentra en el punto crítico por el Reductor-TLP.

- Se determinan cuales son las condiciones de diseño V_i , V_o y R_o . Por lo que

$$G = \frac{V_o}{V_i}$$

- Se elige un ciclo de trabajo, teniendo en cuenta que sólo es posible elegir $D < G$.
- La ganancia que permite ese ciclo de trabajo es:

$$a = \frac{G - D}{D(1 - G)} \quad (3.6.8)$$

- Se elige el valor de D_i :
 - Si se elige el punto tangente $D_i = D_0 = \frac{a-1}{2a}$, se conseguirá todo el rango de D en MCC.
 - Si se elige $D_i > D_0$, se está eligiendo un valor inferior de ciclo de trabajo D_i , de modo que el rango de D que se obtendrá es $[D_i, 1]$.
- El valor de K_i que lo proporciona:

$$K_i = (1 - D_i)(1 + aD_i)$$

- Ese valor de K se puede obtener variando L , f o R_o , aunque lo habitual es que se cambie L , por lo que el valor de inductancia, que proporciona ese rango de D es:

$$L = \frac{R_o}{2f} K_i \quad (3.6.9)$$

- Finalmente, calculando la corriente de salida por medio de la ley de Ohm, se puede usar la ecuación 3.4.17 para calcular el resto de variables.

3.6.3. Caso de estudio

Se pretende sustituir un Reductor clásico con un valor de ganancia muy cercana a 1, que provoca un ciclo de trabajo igual de cercano a 1, por un Reductor-TLP con un valor de ciclo de trabajo centrado. Las condiciones iniciales del circuito son:

- $V_i = 12V$
- $V_o = 10V$
- $R_o = 20\Omega$
- $f_a = f_n = 100kHz$

La ganancia necesaria para este circuito es:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{10}{12}$$

El Reductor clásico necesita un ciclo de trabajo $D = \frac{10}{12}$, que es un valor demasiado cercano a 1. Se usará el Reductor-TLP para mejorar las condiciones de ciclo de trabajo.

- Las condiciones de diseño son: $V_i = 12V$, $V_o = 10V$ y $R_o = 20\Omega$.
- Se elige $D = 0,5$.
- La ganancia que permite ese ciclo de trabajo es:

$$a = \frac{G - D}{D(1 - G)} = 4$$

- Se elige el valor de $D_i = D_{tan} = \frac{a-1}{2a} = 0,375$, para conservar todo el rango en MCC, por lo que el valor de parámetro adimensional correspondientes es:

$$K_i = \frac{\{2[1+a(1-D_i)]-D_i\}^2 - D_i^2}{4} = 1,563$$

- Se usa dicho parámetro para calcular la nueva inductancia necesaria para estar en el punto crítico:

$$L_c = \frac{R_o}{2f} K_i = 156,25 \mu H$$

- La corriente de salida es:

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} = 500 mA$$

- Usando la ecuación 3.4.17:

$$\begin{aligned} a' &= \frac{1}{G} = 1,2 \\ \bar{i}_i &= \frac{I_o}{a'} = 416,667 mA \\ \bar{i}_L &= \frac{I_o}{a' D (1 + a)} = 166,667 mA \\ \Delta i_{Ln} &= \frac{2a'(1 + D)}{K} I_i = 320 mA \\ I_{Lmáx} &= \frac{a'(K + K_c)}{K [1 + aD]} I_i = 326,667 mA \\ \bar{i}_p &= \frac{1}{1 + a} \frac{I_o}{a'} = 83,333 mA \\ \bar{i}_s &= \frac{a}{1 + a} \frac{I_o}{a'} = 333,333 mA \\ \bar{i}_D &= \frac{(1 - D)}{D (1 + a)} \frac{I_o}{a'} = 83,333 mA \end{aligned}$$

- Finalmente la definición de energía en la bobina permite obtener la energía máxima:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} L (I_{Lmáx})^2 = 8,337 \mu J$$

La siguiente tabla muestra una comparativa de las variables calculadas para ambos circuitos:

	Reductor Clásico	Reductor-TLP
V_i	12V	12V
V_o	10V	10V
R_o	20Ω	20Ω
D	0,833	0,5
$[D_i, D_s]_{MCC}$	[0, 1]	[0, 1]
a	-	4
f	100kHz	100kHz
L	100 μ H	156,25 μ H
a'	1,2	1,2
I_o	500mA	500mA
\bar{i}_i	416,667mA	416,667mA
\bar{i}_L	500mA	166,667mA
Δi_L	166,667mA	320mA
$I_{Lmáx}$	583,333mA	326,667mA
\bar{i}_p	—	83,333mA
\bar{i}_s	—	333,333mA
\bar{i}_D	83,333mA	83,333mA
ε_L	17,014 μ J	8,337 μ J

Se observa que los principales cambios se encuentran en una gran disminución de la corriente media por la bobina, aumentando sin embargo el rizado de la corriente.

Así mismo ha sido necesario aumentar la inductancia por la bobina para conseguir tener todo el rango de ciclo de trabajo en MCC.

Adicionalmente, el cálculo energético muestra que el aumento de L necesario para mantener el mismo rango de D , se ve compensado por la disminución en la corriente, siendo por tanto, la energía necesaria en la bobina menor que en el Reductor clásico.

3.6.4. Simulación en PSIM

Finalmente se va a verificar los resultados obtenidos teóricamente en la sección anterior mediante la simulación en PSIM.

3.6.4.1. Régimen permanente

En este apartado se analizan los resultados de la simulación para el funcionamiento en régimen permanente del Reductor-TLP y el Reductor clásico. A continuación se muestran los resultados numéricos y las conclusiones, pudiendo encontrarse las gráficas correspondientes al final de este apartado.

Tensión de salida

Para este análisis se debe tener en cuenta que el condensador usado en ambos circuitos tiene una capacidad $C = 100\mu F$.

La media obtenida para la tensión de salida es:

Reductor-TLP (V)		Reductor Clásico (V)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
10,003	10	10,000	10

De la figura 3.6.3 se extraen las siguientes conclusiones:

- Se ha conseguido la misma tensión de salida media en ambos circuitos.
- La tensión media de salida del Reductor-TLP es 10V, como se calculó teóricamente.
- La tensión media de salida del Reductor clásico es 10V, como se calculó teóricamente.
- La tensión de salida del Reductor-TLP, tiene un rizado mayor que el Reductor clásico, por lo que para mantener el rizado haría falta un condensador mayor.
- El rizado de la tensión de salida del Reductor-TLP es menos suave.

Corriente por la bobina

La media obtenida para la corriente por la bobina es:

Reductor-TLP (A)		Reductor Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,167	0,167	0,500	0,5

De la figura 3.6.4 se extraen las siguientes conclusiones:

- Ambos circuitos se encuentra en modo de conducción continua.
- La corriente media por la bobina del Reductor-TLP es $0,167A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por la bobina del Reductor clásico es $0,5A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente por la bobina en el Reductor-TLP, es menor que en el Reductor clásico.
- La corriente por la bobina en el Reductor-TLP, es menos lineal que en el Reductor clásico.
- La corriente por la bobina en el Reductor-TLP tiene el ciclo de trabajo totalmente centrado, como se seleccionó durante su diseño.
- La corriente por la bobina en el Reductor clásico, es muy asimétrica, es decir, la bobina se magnetiza lentamente.

Corriente por el condensador

Aunque no se ha calculado teóricamente, a continuación se muestra la corriente por el condensador teniendo en cuenta que para ambos circuitos $C = 100\mu F$.

La media obtenida para la corriente por el condensador es:

Reductor-TLP (A)		Reductor Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,418	—	0,042	—

De la figura 3.6.5 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente por el condensador en el Reductor-TLP, tiene un rizado mayor que en el Reductor clásico.
- La corriente por el condensador en el Reductor-TLP presenta saltos.
- La corriente por el condensador en el Reductor-TLP, es mucho mayor que en el Reductor clásico.

Corriente por el diodo

La media obtenida para la corriente por el diodo es:

Reductor-TLP (A)		Reductor-Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,083	0,083	0,083	0,083

De la figura 3.6.6 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente media por el diodo del Reductor-TLP es 0,08A, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el diodo del Reductor clásico es 0,08A, como se calculó teóricamente.
- Ambos circuitos conducen únicamente en t_{off} . Compensando el circuito Reductor-TLP la mayor fracción de periodo disponible, disminuyendo la corriente máxima de salida, con lo que se consigue que el área bajo la curva se mantenga constante.

Corriente por el interruptor/entrada

En este caso, la corriente por el interruptor, y la corriente de entrada coinciden.

La media obtenida para la corriente por el interruptor es:

Reductor-TLP (A)		Reductor Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
0,416	0,417	0,417	0,417

De la figura 3.6.7 se extraen las siguientes conclusiones::

- La corriente media por el interruptor del Reductor-TLP es 0,417A, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el interruptor del Reductor clásico es 0,417A, como se calculó teóricamente.
- La corriente por el interruptor en el circuito Reductor-TLP tiene un valor máximo mayor, puesto que tiene menos fracción de periodo para conseguir el mismo área bajo la curva que el Reductor clásico.

Corrientes por la rama del transformador

La media obtenida para la corriente por el primario:

Reductor-TLP (A)	
PSIM	Teórico
0,083	0,083

La media obtenida para la corriente por el secundario:

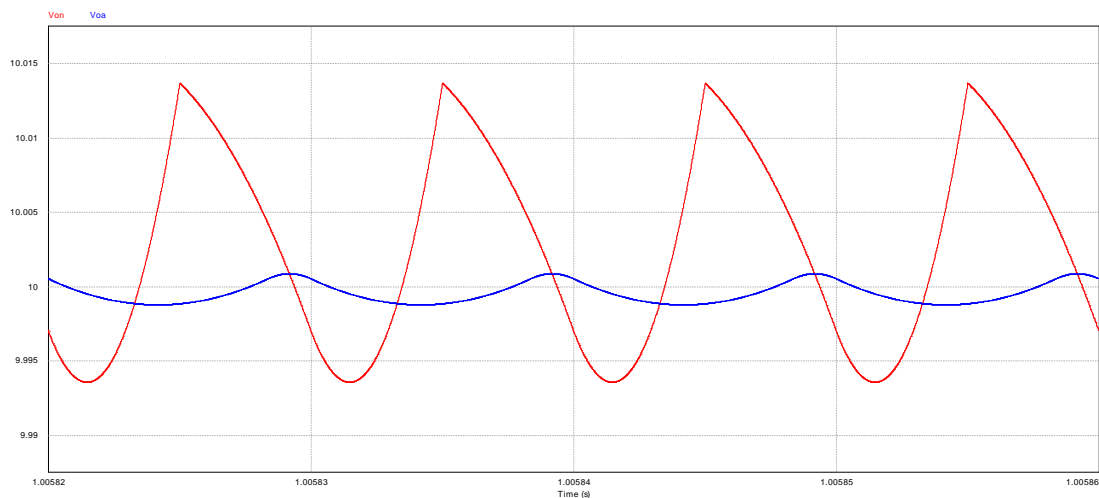
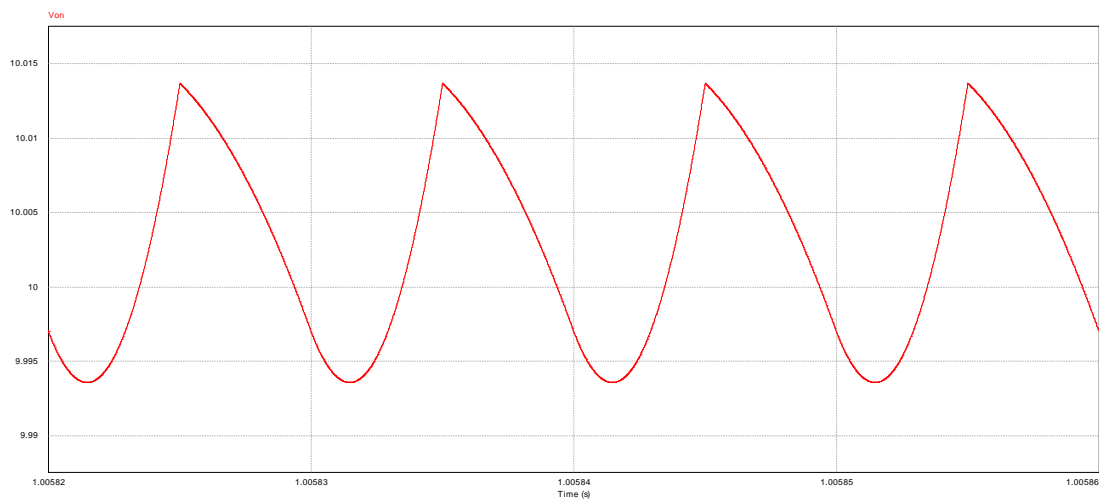
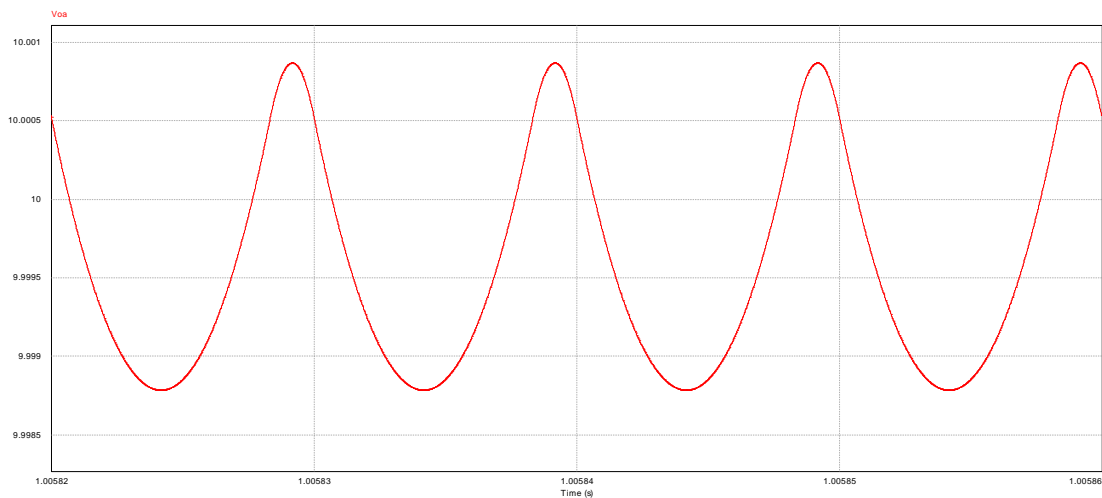
Reductor-TLP (A)	
PSIM	Teórico
0,333	0,333

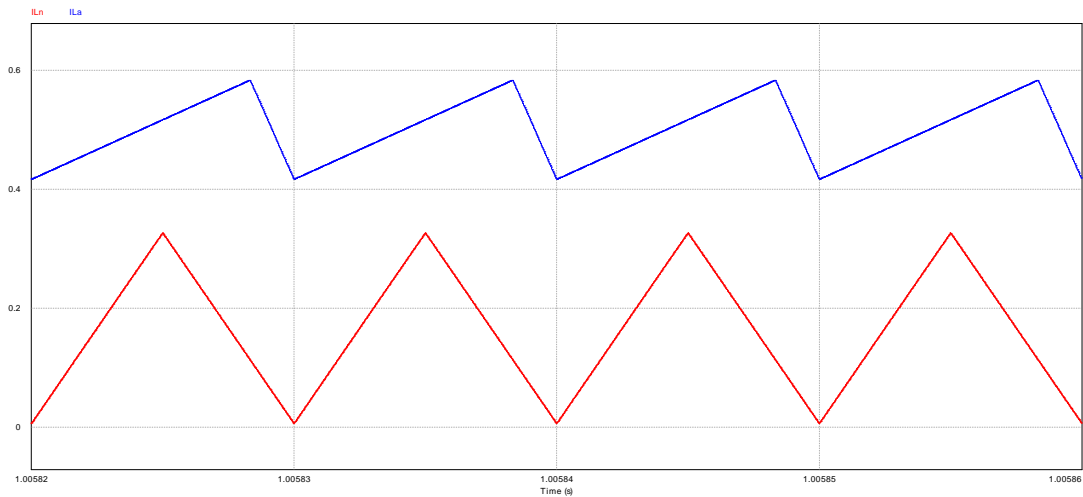
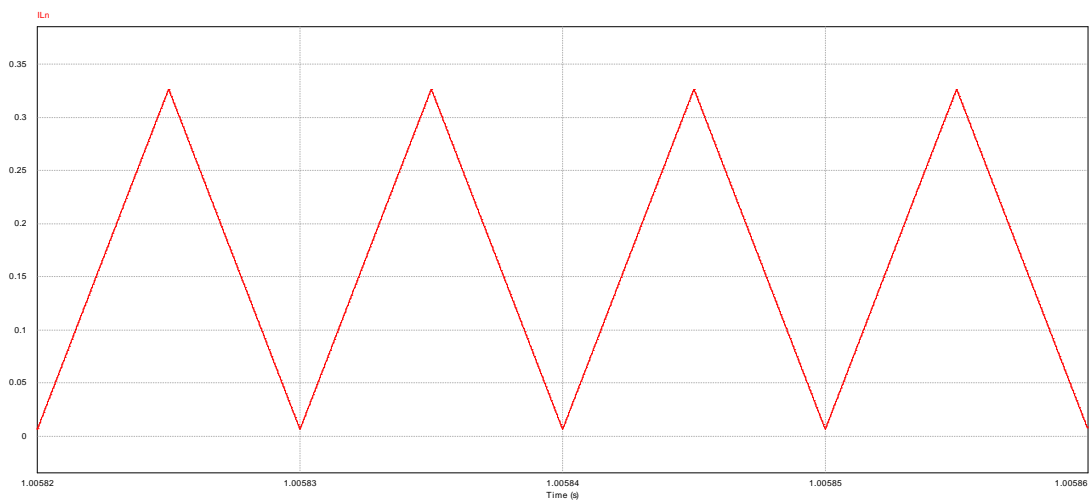
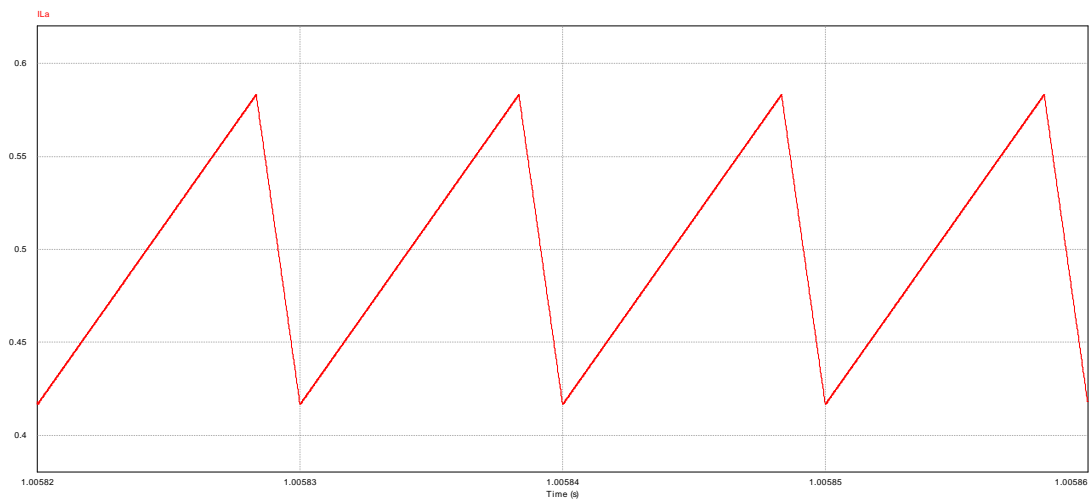
La media obtenida para la corriente por el interruptor es:

Reductor-TLP (A)	
PSIM	Teórico
0,416	0,416

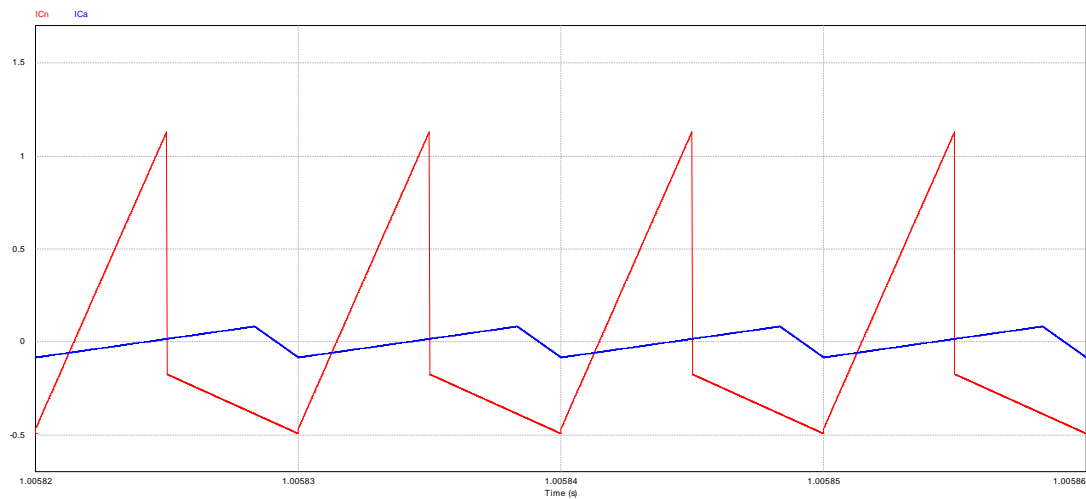
De la figura 3.6.8 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente media por el primario del Reductor-TLP es 0,083A, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el secundario del Reductor-TLP es 0,333A, como se calculó teóricamente.
- La corriente por el secundario es $a = 4$ veces la corriente por el primario.
- La corriente por el interruptor, es la suma de la corriente por el primario y el secundario del transformador.

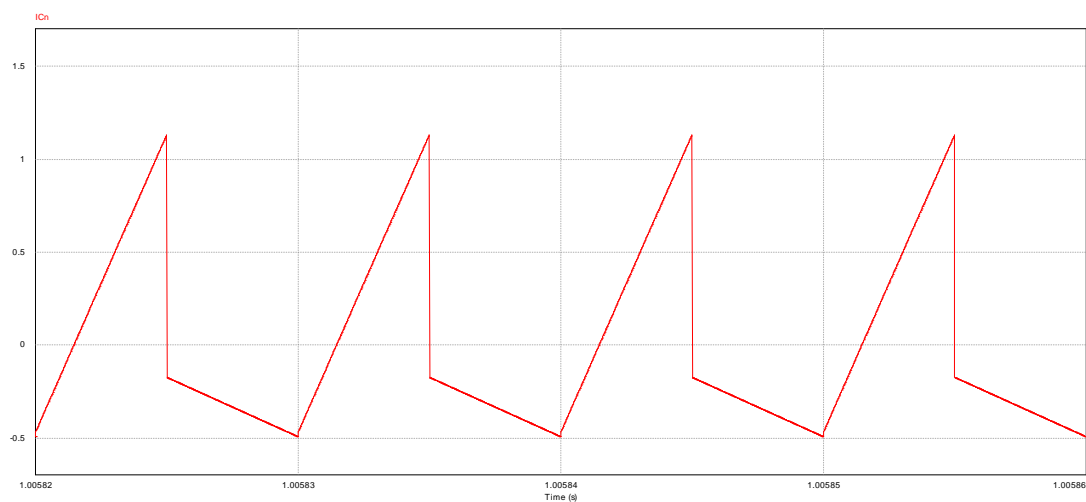
Tensión de salida*(a) Tensión de salida en los dos circuitos Reductor.**(b) Detalle de la tensión de salida en el Reductor-TLP.**(c) Detalle de la tensión de salida en el Reductor clásico.**Figura 3.6.3: Comparación de tensiones de salida.*

Corriente por la bobina*(a) Corriente por la bobina en los dos circuitos Reductor.**(b) Detalle de corriente por la bobina en el Reductor-TLP.**(c) Detalle de corriente por la bobina en el Reductor clásico.***Figura 3.6.4: Comparación de corrientes por la bobina.**

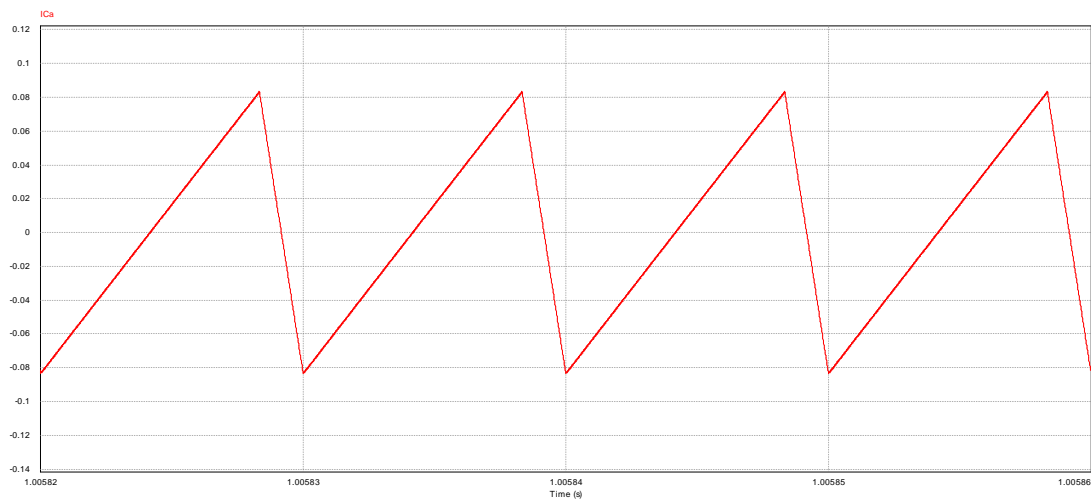
Corriente por el condensador



(a) Corriente por el condensador en los dos circuitos Reductor.

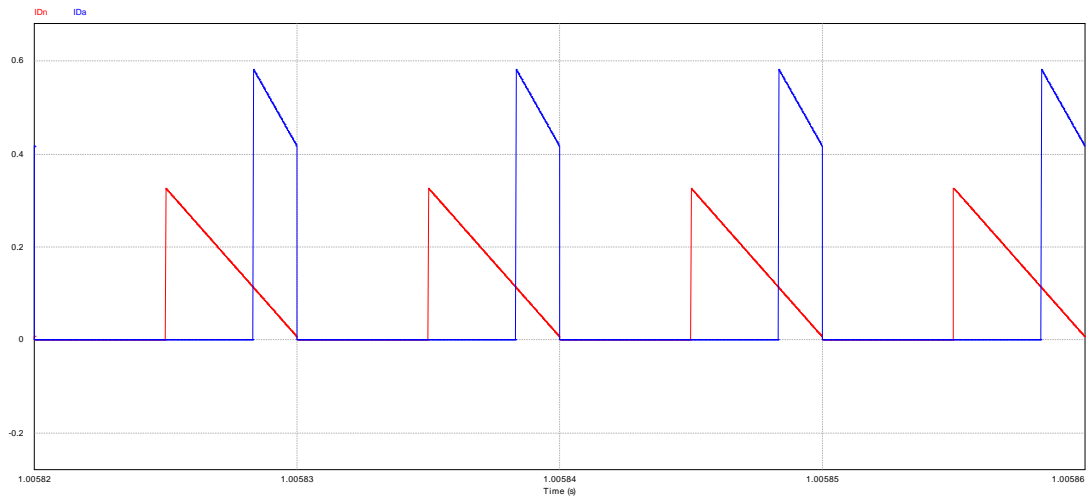
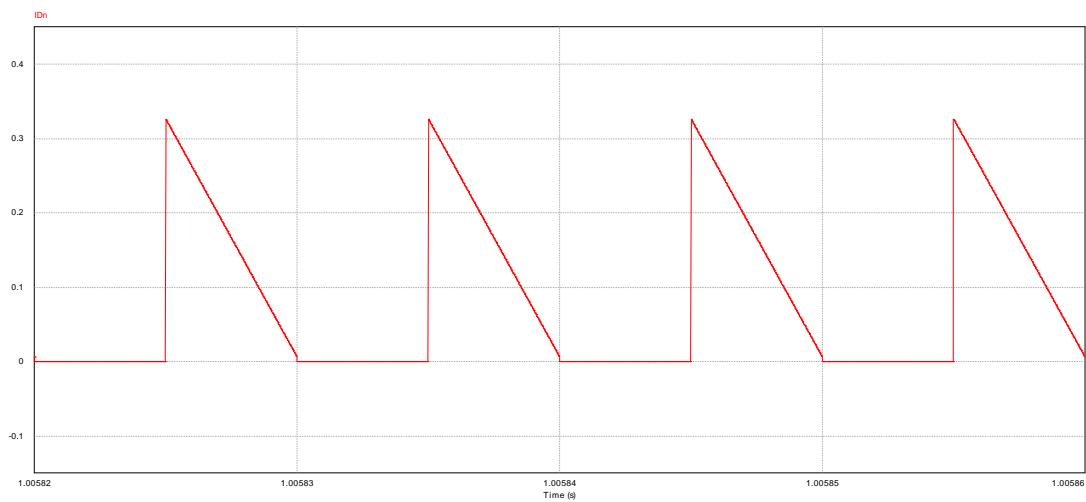
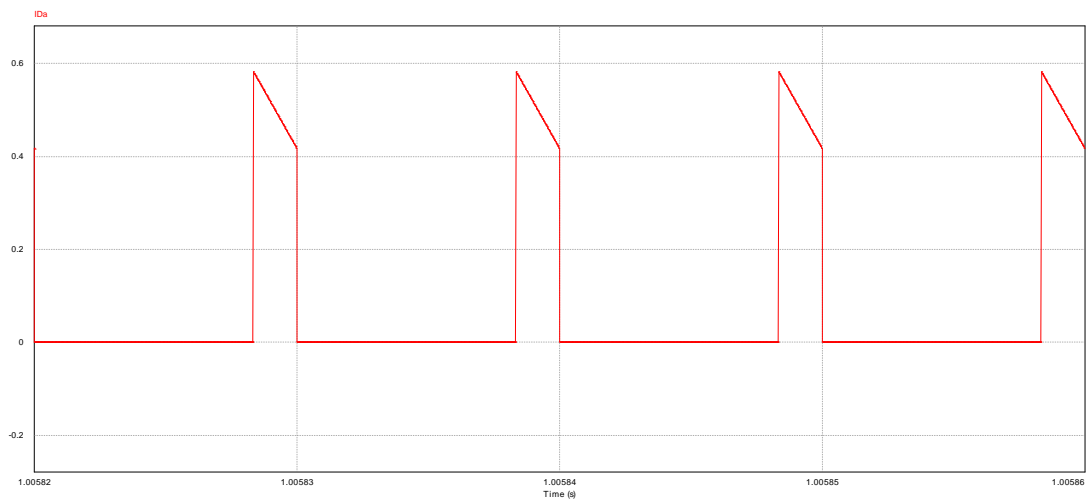


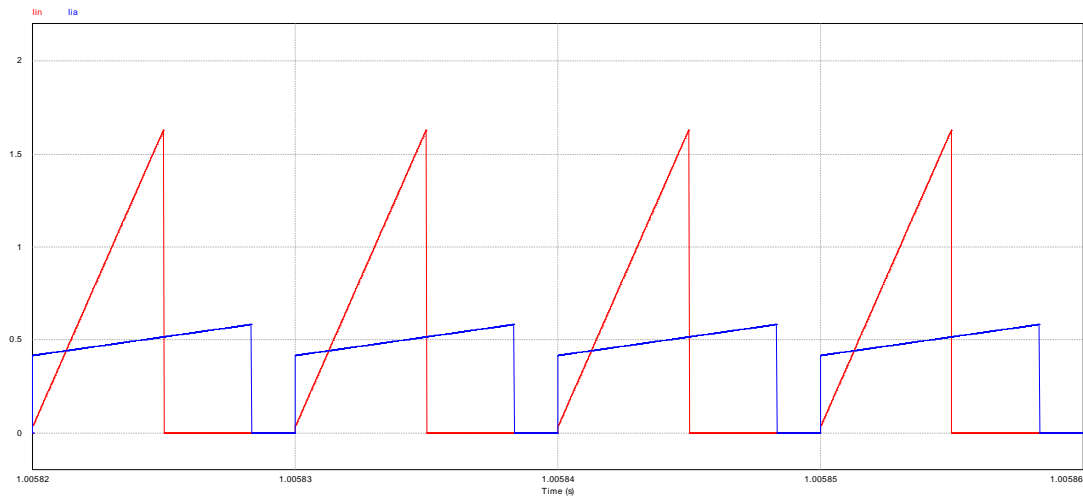
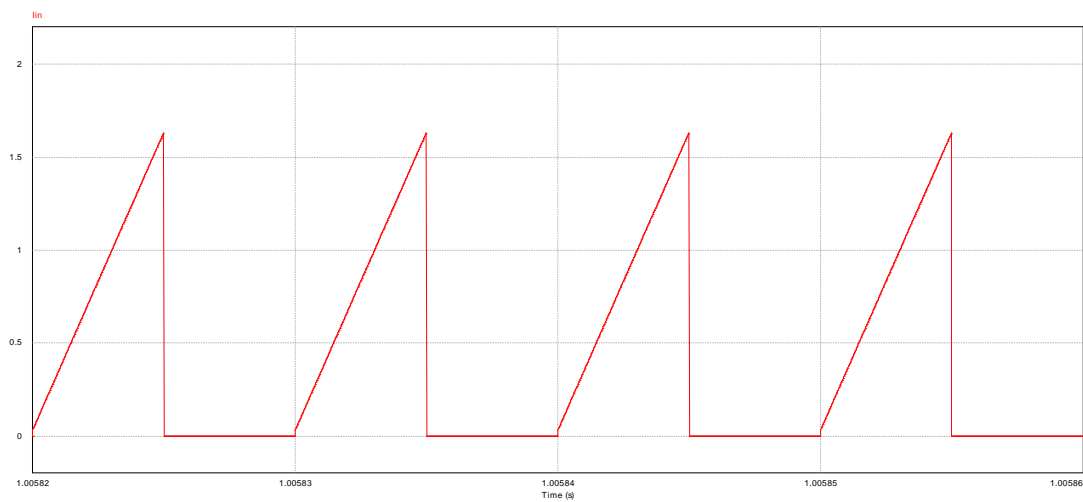
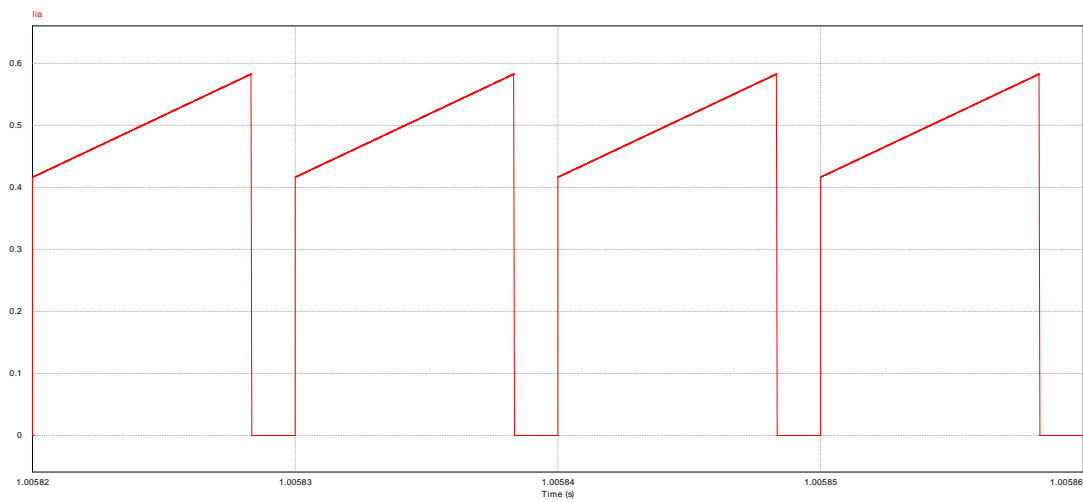
(b) Detalle de corriente por el condensador en el Reductor-TLP.



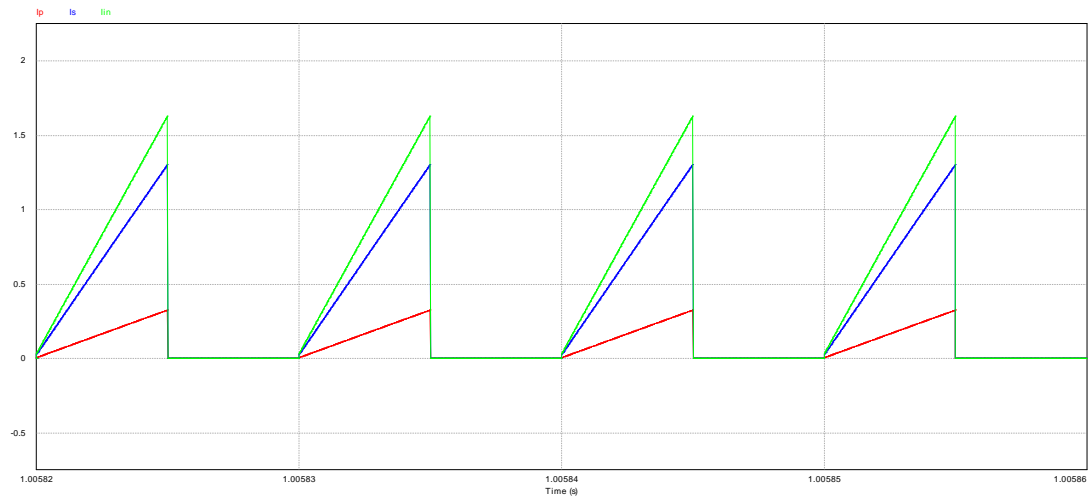
(c) Detalle de corriente por el condensador en el Reductor clásico.

Figura 3.6.5: Comparación de corrientes por el condensador.

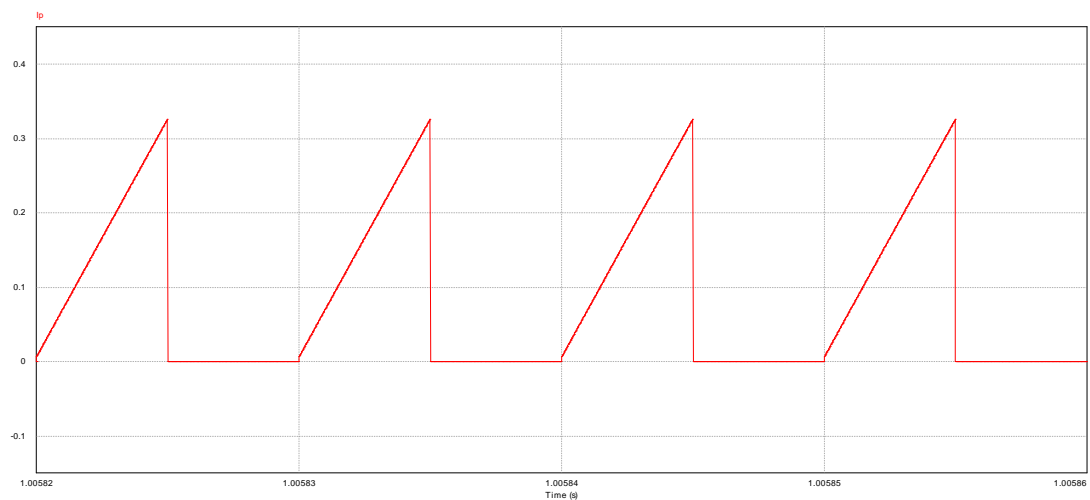
Corriente por el diodo*(a) Corriente por el diodo en los dos circuitos Reductor.**(b) Detalle de corriente por el diodo en el Reductor-TLP.**(c) Detalle de corriente por el diodo en el Reductor clásico.**Figura 3.6.6: Comparación de corrientes por el diodo.*

Corriente por el interruptor/entrada*(a) Corriente por el interruptor en los dos circuitos Reductor.**(b) Detalle de corriente por el interruptor en el Reductor-TLP.**(c) Detalle de corriente por el interruptor en el Reductor clásico.**Figura 3.6.7: Comparación de corrientes por el interruptor.*

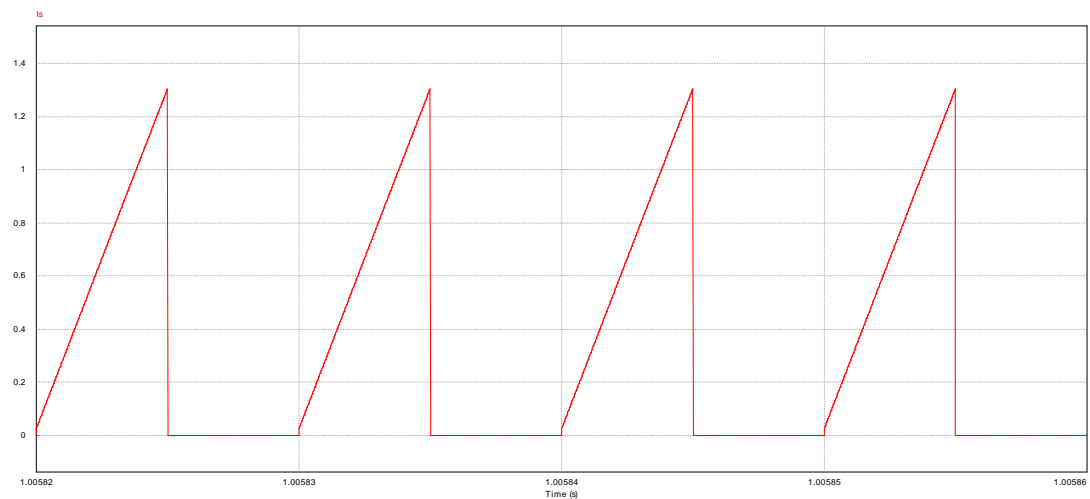
Corrientes por la rama del transformador



(a) Corriente por el primario, el secundario y el interruptor en el Reductor-TLP.



(b) Detalle de la corriente por el primario en el Reductor-TLP.



(c) Detalle de la corriente por el secundario en el Reductor-TLP.

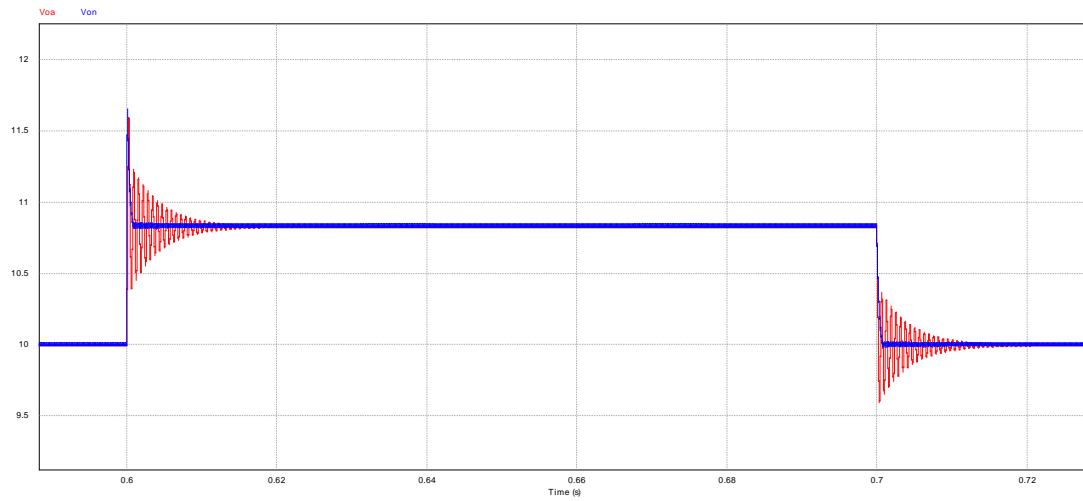
Figura 3.6.8: Corrientes por la rama del transformador.

3.6.4.2. Régimen transitorio

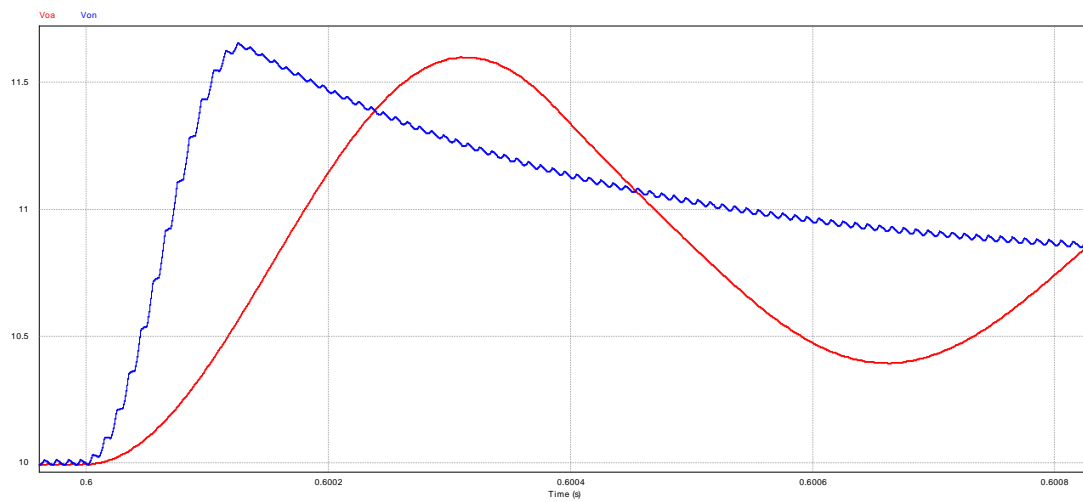
A continuación se muestra la respuesta transitoria, en bucle abierto. En la figura 3.6.9 se puede observar la respuesta transitoria respecto a un escalón de subida y un escalón de bajada en la tensión de entrada de 1V.

En la figura 3.6.10 se muestra la respuesta transitoria respecto a un escalón de subida y un escalón de bajada en la corriente de salida de 1A. Se observa que puesto que se diseñó para estar cerca del mínimo de corriente, se produce un escalón debido al cambio de modo de conducción.

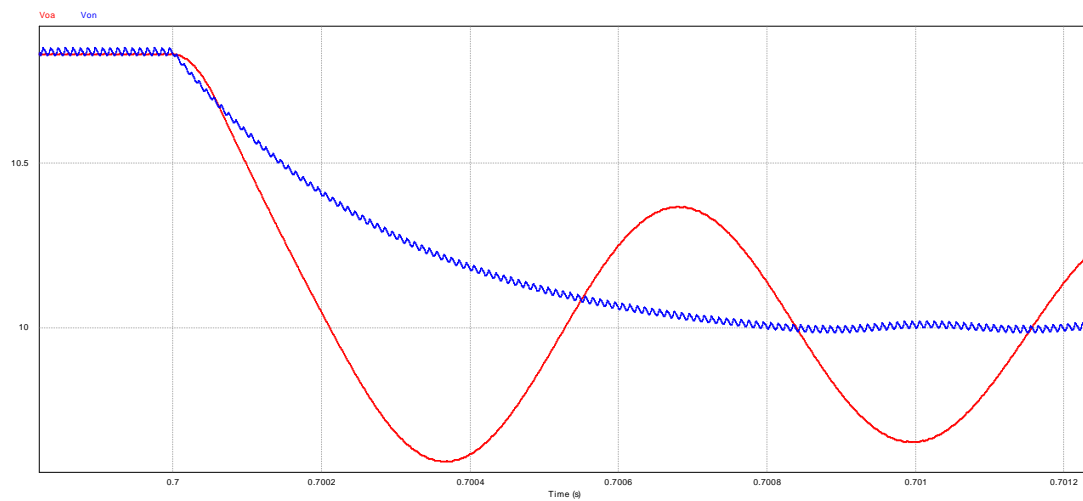
En ambos casos se observa que aunque la respuesta transitoria del convertidor clásico es simétrica, es más lenta la estabilización. Con el convertidor Reductor-TLP, se ha conseguido uniformizar la respuesta transitoria tanto en las subidas como en las bajadas, y además una estabilización mucho más rápida, tal y como se pretendía.



(a) Respuesta ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 1 Voltio.

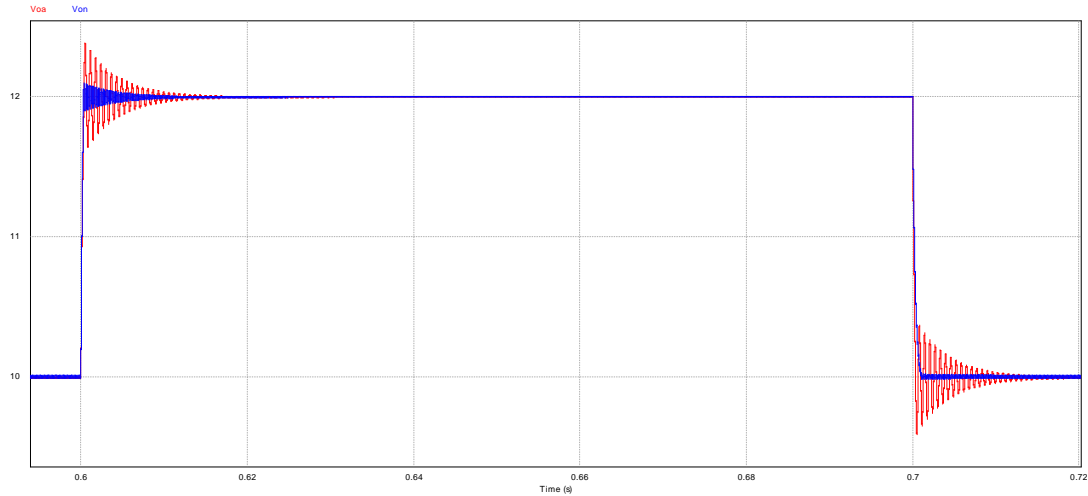


(b) Detalle de respuesta ante escalón de subida.

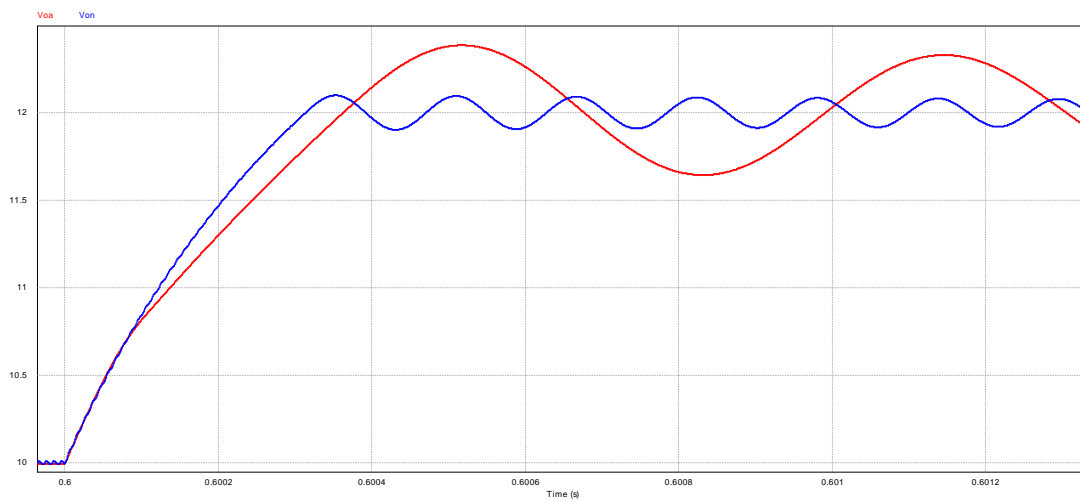


(c) Detalle de respuesta ante escalón de bajada.

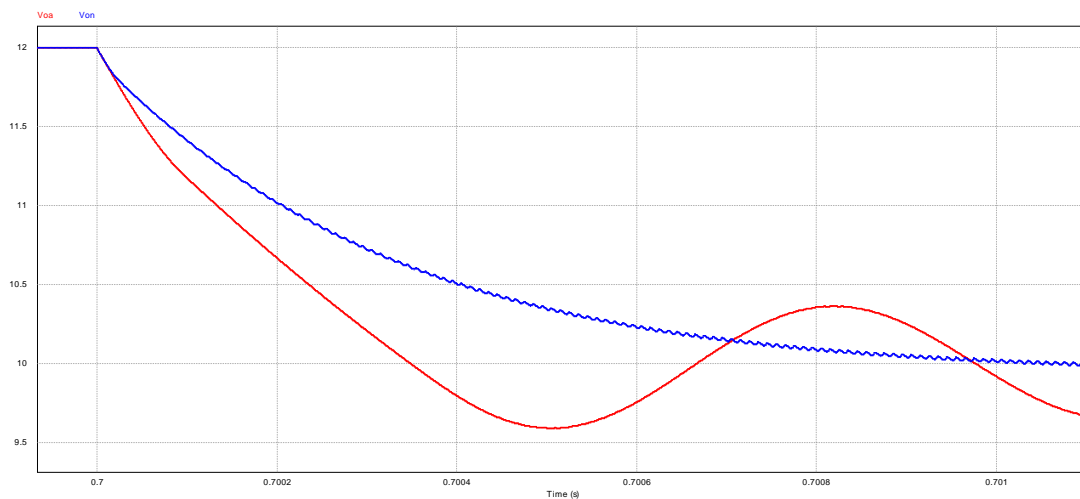
Figura 3.6.9: Respuesta del Reductor-TLP (en azul) y del Reductor clásico (en rojo), ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 1 Voltio.



(a) Respuesta ante escalones de corriente de salida, de subida y de bajada de 1 Amperio.



(b) Respuesta ante escalón de subida.



(c) Respuesta ante escalón de bajada.

Figura 3.6.10: Respuesta del Reductor-TLP (en azul) y del Reductor clásico (en rojo), ante escalones en la corriente de salida, de subida y de bajada de 1 Amperio.

3.7. Similitud con otros convertidores

Los resultados obtenidos hasta ahora, muestran que el circuito estudiado, que hemos denominado Reductor con transformador con bobina paralelo entre primario y secundario (TLP), es equivalente al circuito denominado “Tapped Inductor”, que se puede ver en la bibliografía [3, 4], y cuya configuración se muestra en la figura 3.7.1. A continuación se demuestra la equivalencia entre las inductancias de ambos circuitos:

$$\begin{aligned}
 P_L &= P_{LTI} \\
 \frac{(V_p + V_s)^2}{Z_L} &= \frac{(V_p)^2}{Z_{LTI}} \\
 \frac{(V_p + \frac{1}{a}V_p)^2}{Z_L} &= \frac{(V_p)^2}{Z_{LTI}} \\
 \frac{(1 + \frac{1}{a})^2}{L} &= \frac{1}{L_{TI}} \\
 L_{TI} &= \frac{L}{(1 + \frac{1}{a})^2} \\
 L_{TI} &= \left(\frac{a}{1 + a} \right)^2 L
 \end{aligned}$$

entonces:

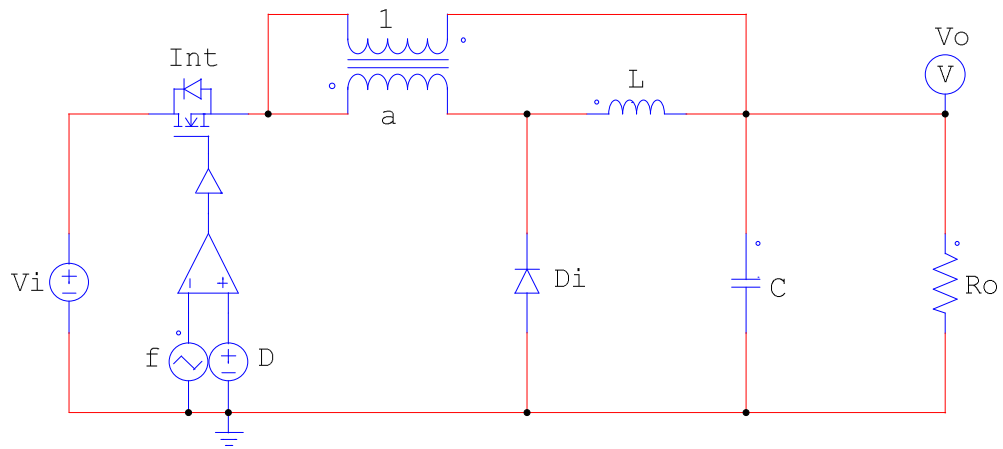
$$L_{TI} = \left(\frac{a}{1 + a} \right)^2 L$$

donde:

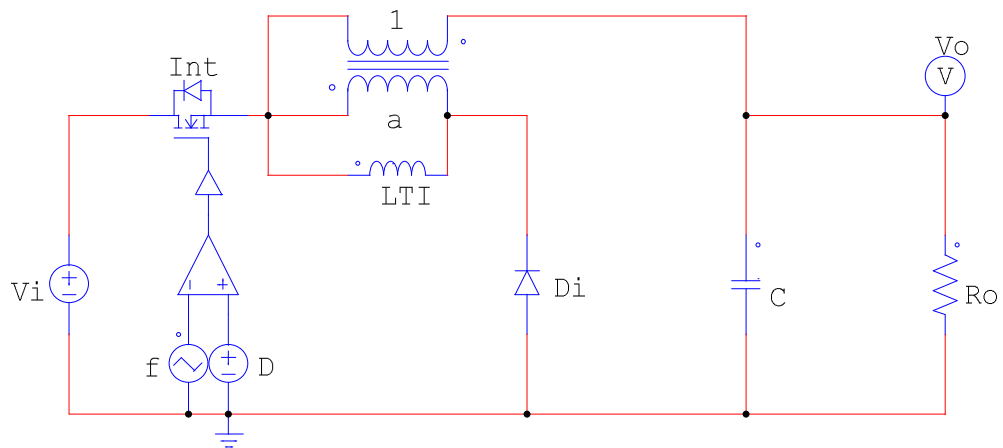
P_L Potencia en la bobina del convertidor TLP.

P_{LTI} Potencia en la bobina del convertidor Tapped Inductor.

L_{TI} Inductancia en configuración Tapped Inductor.



(a) Convertidor Reductor-TLP.



(b) Convertidor Reductor Tapped inductor.

Figura 3.7.1: Similitud entre circuitos convertidores Reductores.

3.8. Conclusiones

A lo largo del presente capítulo se ha analizado el convertidor Reductor-TLP que cuenta con un transformador situado de modo que la corriente que en t_{on} circula a través del interruptor, en el nuevo convertidor se divide en dos ramas, la correspondiente al primario, que pasa por la bobina, y la correspondiente al secundario, que no pasa por la bobina consiguiendo por tanto, que la intensidad de corriente que pasa por la bobina sea menor en el convertidor propuesto que en el clásico.

Se pudo comprobar que la cantidad de corriente desviada es función de la relación de transformación, y siempre se desviará una parte. Esto implica que la corriente por la bobina siempre será menor, considerándose el caso límite la relación de transformación $a = 0$, que es equivalente a quitar el transformador, y tener en consecuencia, un Reductor clásico.

Se ha observado que puesto que el transformador sólo está activo durante t_{on} , es en la ecuación correspondiente a la pendiente de subida donde entra en juego la relación de transformación, siendo la pendiente de bajada idéntica a la del Reductor clásico.

Se ha analizado la influencia del transformador con más detalle para modo de conducción continua, observándose que, comparando el Reductor-TLP con el Reductor con las mismas variables:

- la ganancia aumenta, a igualdad de ciclo de trabajo D .
- La corriente por la bobina disminuye.

Es importante destacar que puesto que disminuye la corriente es posible que el circuito deje de estar en MCC, siendo por tanto necesario, una comparación más cuidadosa, puesto que los dos circuitos no estarán en el mismo modo.

En el estudio gráfico realizado se ha representado una familia de curvas para distintas relaciones de transformación de la curva $G-D$, se ha observado, que para ganancias iguales, es posible seleccionar ciclos de trabajo mayores en el circuito Reductor-TLP que en el Reductor, derivándose una posible aplicación para el convertidor Reductor-TLP, que consiste en que es posible conseguir valores de ciclo de trabajo centrados para ganancias cercanas a la unidad.

Finalmente, se ha diseñado un Reductor-TLP, comprobándose que el ciclo de trabajo seleccionado debe ser menor que G , y mostrándose una posible aplicación del circuito estudiado, verificándose los resultados mediante su simulación en PSIM.

A lo largo del presente estudio se ha observado, que el Reductor clásico, es un caso particular del circuito estudiado para el que $a = 0$, proponiéndose algunos posibles usos, y quedando suficientemente definido mediante curvas y ecuaciones para cualquier uso que se deseara hacer del circuito.

Capítulo 4

Convertidor Elevador-TLP

4.1. Introducción

En la actualidad los convertidores Elevadores clásicos muestran algunos inconvenientes cuando se intenta obtener una ganancia muy cercana a la unidad, como son:

- Lentitud en la respuesta dinámica.
- Gran asimetría en la respuesta dinámica.
- Elevado tiempo de desmagnetización de la bobina.
- Ciclo de trabajo muy pequeño.

En el presente capítulo se propone el diseño de convertidor Elevador-TLP, que pretende mejorar el diseño clásico mediante la inclusión de un transformador con bobina paralelo entre primario y secundario (TLP), dicha configuración se muestra en la figura [4.1.1](#).

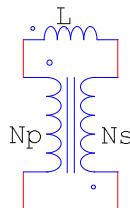


Figura 4.1.1: Configuración del transformador con bobina paralelo (TLP).

Dicho diseño de convertidor Elevador, pretende resolver los problemas anteriormente citados, consiguiéndose:

- Rapidez en la respuesta dinámica.
- Simetría en la respuesta dinámica.
- Desmagnetización rápida de la bobina, cuando la tensión de salida (V_o) es muy cercana a la de entrada (V_i).
- Posibilidad de obtener ciclos de trabajo D más centrados, cuando la tensión de entrada es cercana a la tensión de salida ($V_i \approx V_o$).

Así mismo, es importante tener en cuenta, que en esta configuración se considera que la inductancia magnetizante del transformador tiene un valor muy alto, por lo que se puede aproximar, para este estudio, el transformador prácticamente ideal.

A continuación se describen las seis secciones, además de la presente introducción, que forman este capítulo:

- En primer lugar, se muestra el circuito Elevador clásico y el circuito Elevador-TLP (sección 4.2), así como las curvas más importantes correspondientes a ambos circuitos.
- En segundo lugar, se desarrollan las demostraciones teóricas que permiten deducir las principales ecuaciones del convertidor Elevador-TLP, obteniéndose las ecuaciones compactas válidas, tanto para MCC, como para MCD (sección 4.3).
- Seguidamente, se particularizan las ecuaciones para el modo de conducción continua, que es el modo en el que se centra el estudio, dejando las ecuaciones explícitamente en función de la relación de transformación a , con el fin de observar más fácilmente la influencia del transformador sobre las variables estudiadas. Además se compara cada variable con su correspondiente ecuación en el Elevador clásico (sección 4.4).
- En cuarto lugar, se realiza el análisis gráfico de la ganancia. Este análisis permite ver la evolución de la ganancia con la relación de transformación a , el ciclo de trabajo D , y el parámetro adimensional de carga K . Así

mismo, la forma de las curvas mostrarán los problemas asociados con el cambio en el modo de conducción, y como la mejor utilidad del circuito consiste en obtener valores de ganancia ligeramente sobre la unidad, pero ciclos de trabajo adecuados (sección 4.5).

- A continuación, se estudiará un caso de diseño, que se simulará con el software de simulación de circuitos de potencia PSIM, donde se tendrán en cuenta los problemas en la sustitución del Elevador clásico por el Elevador-TLP, como la pérdida de rango de ciclo de trabajo en modo de conducción continua y el aumento de energía máxima necesaria en la bobina (sección 4.6).
- Finalmente se analizará la equivalencia del circuito con la configuración ya existente denominada “Tapped inductor”¹ (sección 4.7).

¹Bobina con toma media.

4.2. Convertidores Elevador-TLP y Elevador Clásico

En la figura 4.2.1 se muestra el convertidor Elevador clásico y el convertidor Elevador-TLP propuesto en este capítulo. Del análisis de ambos circuitos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se observa que el convertidor Elevador-TLP incluye un transformador, que desviará la corriente que pasa por la bobina, a través del secundario del transformador durante la descarga de la bobina.
- El transformador se sitúa de modo que en t_{off} , la corriente que viene a través de la fuente se divide en dos ramas, la de la bobina y el primario, y la del secundario, que no pasa por la bobina, consiguiendo por tanto, que la intensidad de corriente que pasa por la bobina sea menor en el convertidor propuesto que en el clásico a igualdad de potencia.
- La cantidad de corriente desviada es función de la relación de transformación (a), y siempre se desviará una parte, esto implica que la corriente por la bobina siempre será menor, considerándose el caso límite la relación de transformación $a = 0$, que es equivalente a quitar el transformador, y tener en consecuencia, el convertidor clásico.

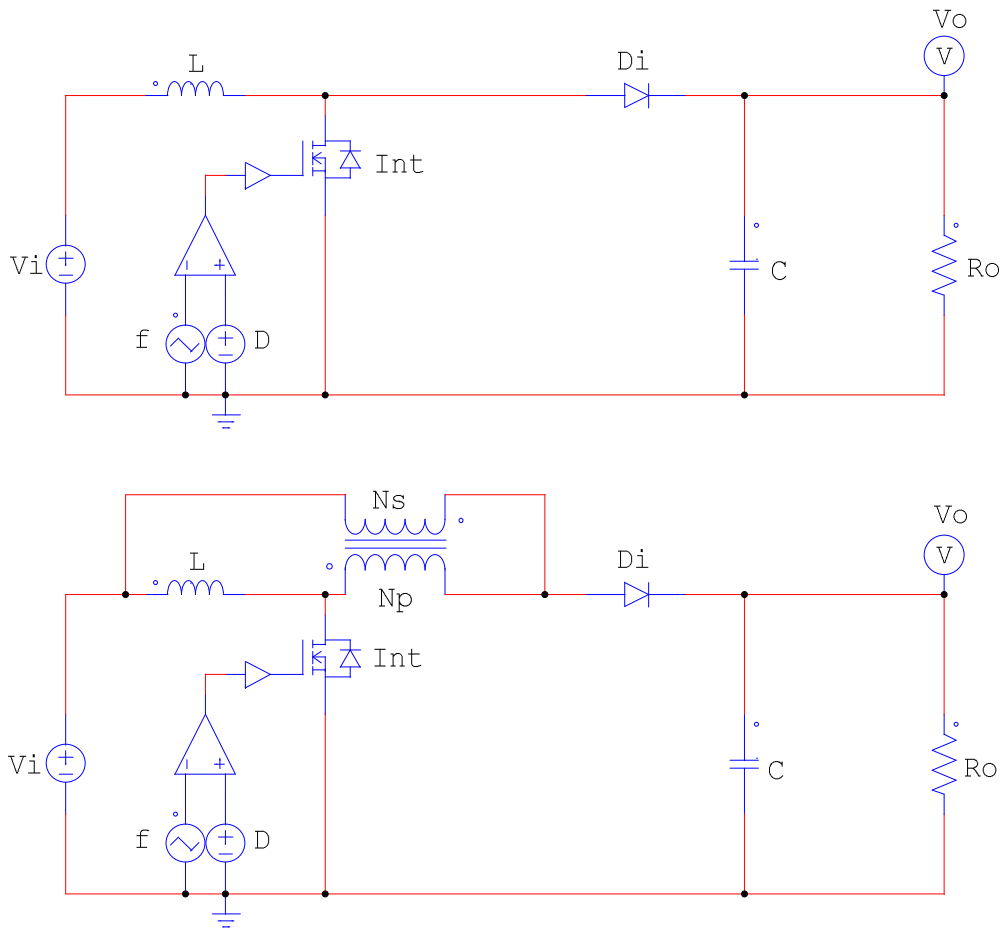
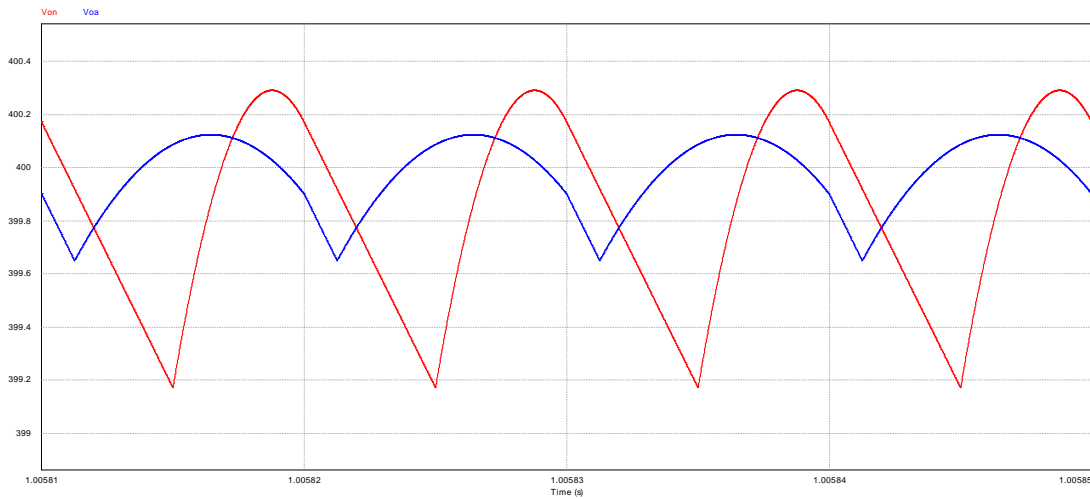
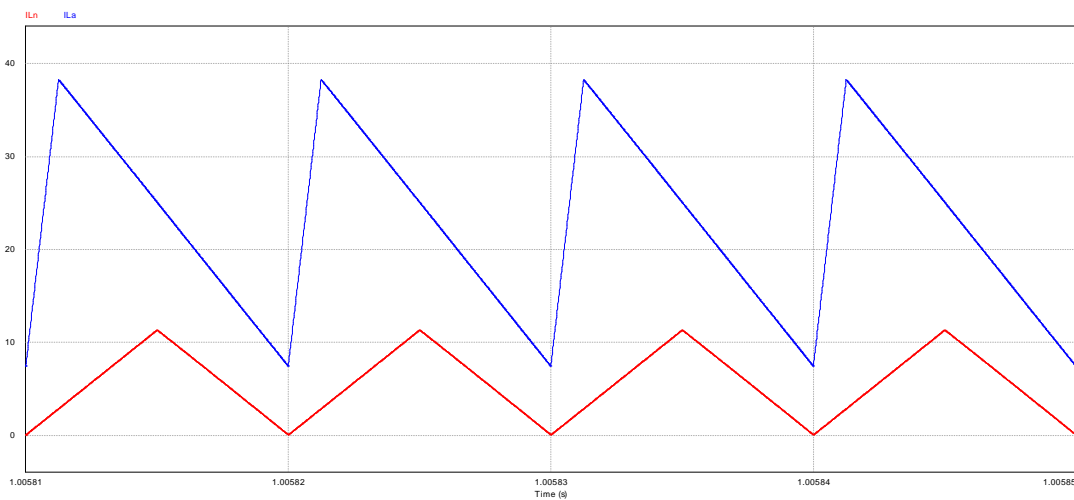


Figura 4.2.1: Convertidor Elevador clásico (arriba) y convertidor Elevador-TLP (abajo).

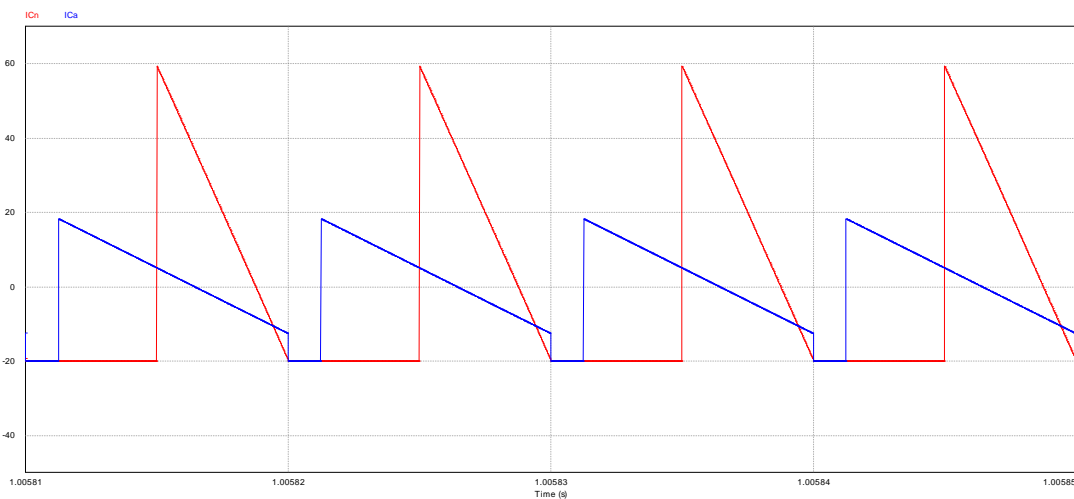
La figura 4.2.2 muestra las curvas más importantes correspondientes a un circuito Elevador-TLP y un circuito Elevador con mismo valor de ganancia, funcionando en el caso extremo $V_i \approx V_o$ pero en el que se ha conseguido mejorar la simetría en la respuesta dinámica.



(a) Tensión de salida.

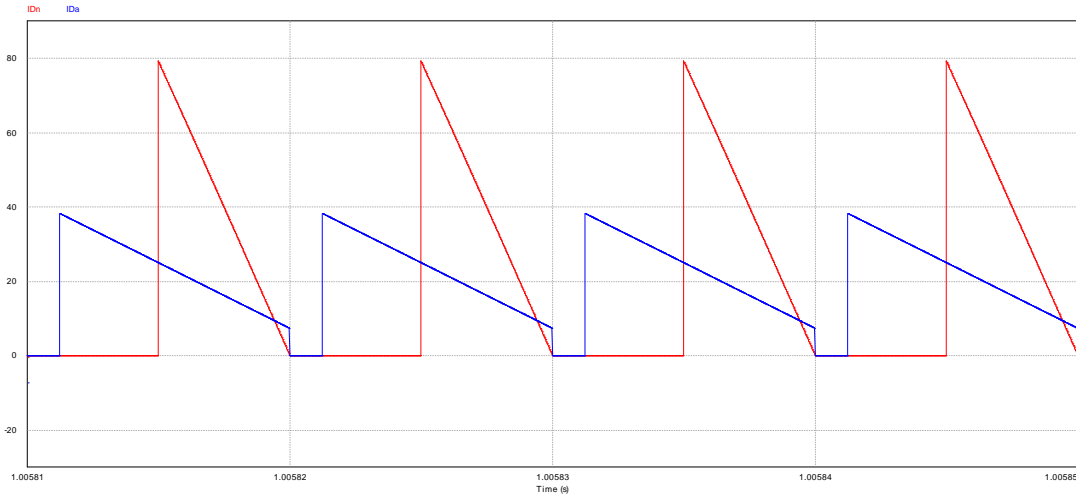


(b) Corriente por la bobina.

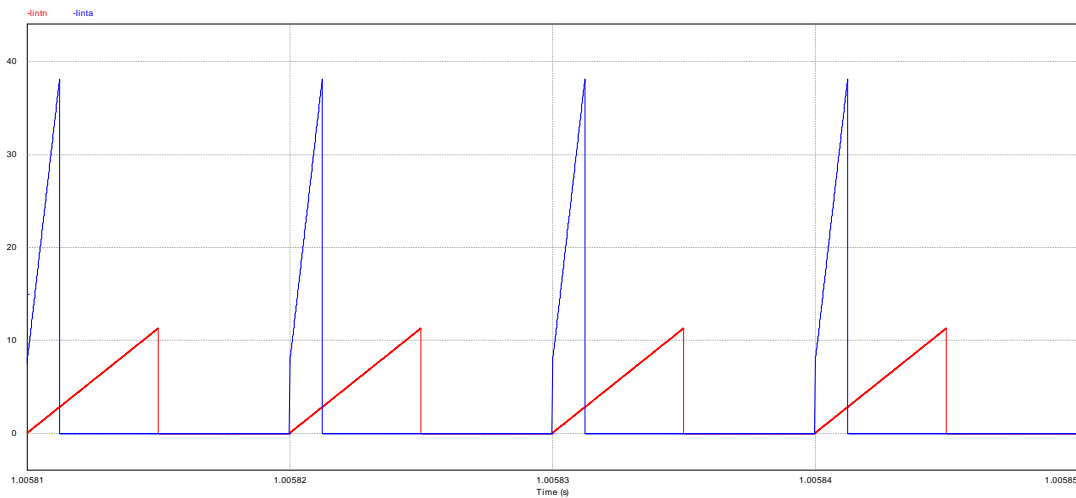


(c) Corriente por el condensador.

Figura 4.2.2: Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Elevador-TLP (en rojo) y un circuito Elevador clásico (en azul).



(a) Corriente por el diodo.



(b) Corriente por el interruptor.

Figura 4.2.2: (Continuación) Representación de la evolución temporal de las principales variables de un circuito Elevador-TLP (en rojo) y un circuito Elevador clásico (en azul).

Se puede observar que el circuito Elevador-TLP tiene las siguientes ventajas:

- Ciclo de trabajo centrado.
- Corriente por la bobina menor y más lineal.

Así mismo, en la figura 4.2.3 se muestran las corrientes a través del transformador, en un circuito Elevador-TLP.

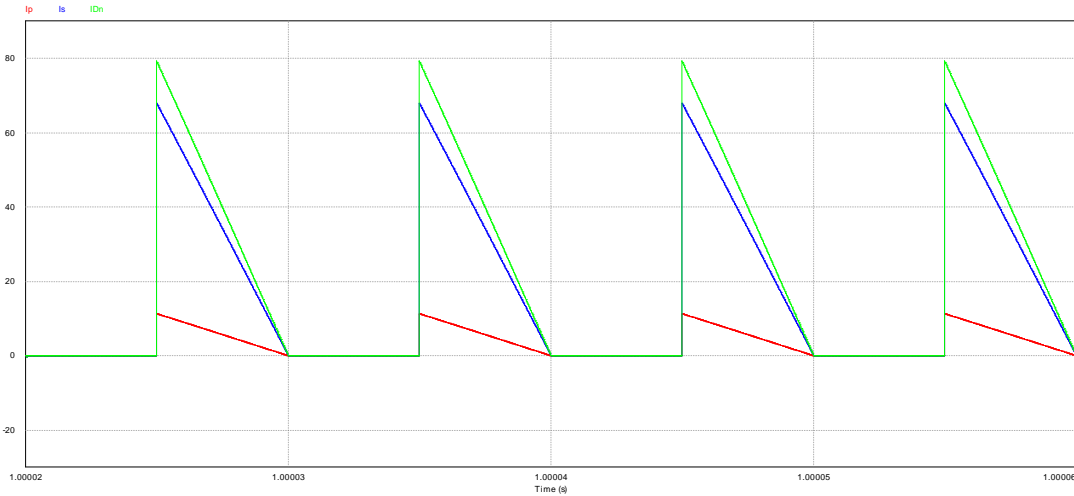


Figura 4.2.3: Corrente por el primario (en rojo), el secundario (en azul) y el interruptor (en verde) en el Elevador-TLP.

En esta gráfica se puede observar que la corriente por el diodo es suma de la corriente por el primario y el secundario, derivándose la mayor parte de la corriente por el secundario, evitando su paso por la bobina.

4.3. Ecuaciones del convertidor Elevador-TLP

En esta sección se desarrollan las demostraciones que justifican las ecuaciones correspondientes al convertidor Elevador-TLP. Estas ecuaciones se mostrarán de forma compacta, de modo que se obtienen expresiones sencillas válidas para MCC y para MCD, no obstante, dichas ecuaciones no muestran explícitamente la dependencia con las variables de estado del convertidor.

Las ecuaciones correspondientes al convertidor clásico se pueden obtener a partir de éstas haciendo $a = 0$, donde a representa la relación de transformación del primario respecto al secundario. Puede considerarse el valor de a como una medida de cuanto se aleja el circuito nuevo del comportamiento del circuito clásico, y este último un caso particular del convertidor Elevador-TLP para el que la relación de transformación es cero.

4.3.1. Modos de conducción

Dado que se hace referencia en múltiples ocasiones a conceptos relacionados con los modos de conducción, se expone a continuación una sucinta explicación de estos conceptos.

Si se define:

T Periodo de conmutación.

t_{on} Tiempo que el interruptor está cerrado en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{on} = DT$.

t_{off} Tiempo que el interruptor está abierto en un periodo de conmutación T , su valor también puede definirse como $t_{off} = (1 - D)T$.

D Ciclo de trabajo, es decir, fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina del circuito está aumentando, expresado por unidad.

D_1 Fracción de periodo T , durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo, expresado por unidad. En general $D_1 = 1 - D$ en MCC y $D_1 \neq 1 - D$ en MCD.

En los circuitos estudiados en este documento existen dos modos de conducción en función de la corriente por la bobina, que son (véase figura 4.3.1):

Modo de conducción continua (MCC) Si la corriente por la bobina, i_L , nunca se hace 0, en este modo se observa fácilmente en la figura 4.3.1 que $D_1 = 1 - D$, o lo que es lo mismo $D + D_1 = 1$.

Modo de conducción discontinua (MCD) Si la corriente por la bobina, i_L , se hace 0 antes del final del periodo de conmutación $t = T$, estando por tanto, una fracción de periodo $D + D_1$ conduciendo y una fracción de periodo $1 - (D + D_1)$ sin pasar corriente por la bobina.

Límite MCC-MCD Existe por último un punto crítico, que es el punto en el que se produce el cambio entre modos de conducción. Se aprecia en la figura 4.3.1 que en este caso la corriente por la bobina se hace cero justamente al final del periodo de conmutación $t = T$.

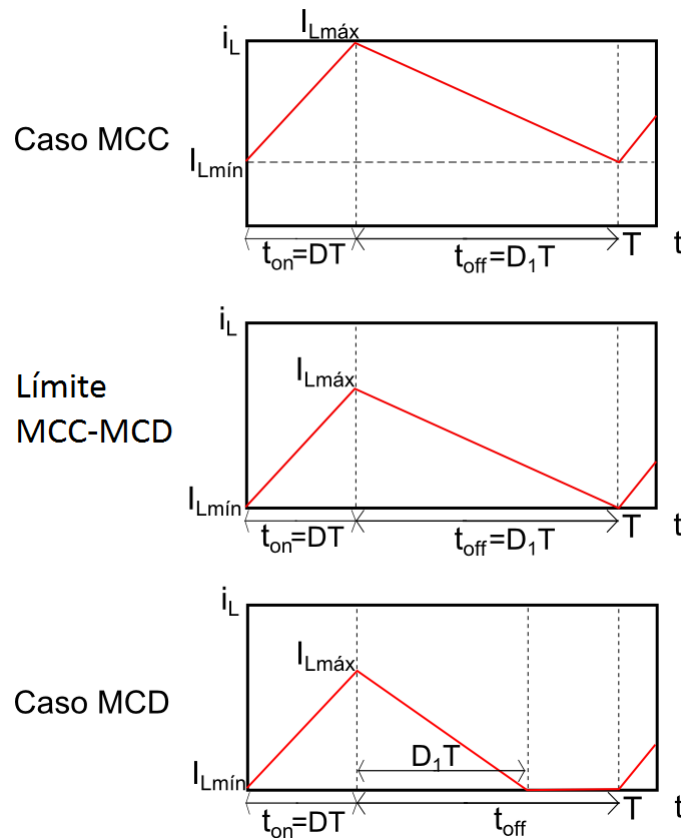


Figura 4.3.1: Corriente por la bobina durante un periodo para los dos modos de conducción de un convertidor, esto es MCC y MCD, así como para el límite entre modos.

4.3.2. Función de transferencia del convertidor Elevador-TLP

Para el cálculo de la función de transferencia se debe tener en cuenta que en régimen permanente la corriente en la bobina L es periódica.

Se describen a continuación los cálculos necesarios para obtener la función de transferencia en el convertidor Elevador-TLP. Para ello, se obtiene la variación de la corriente por la bobina i_L , en el caso de interruptor Int cerrado, e interruptor Int abierto, y se combinan teniendo en cuenta que la corriente por la bobina es periódica, para el periodo de conmutación T .

4.3.2.1. Interruptor cerrado $t_{on} \in [0, DT]$

El circuito a analizar corresponde al indicado en la figura 4.2.1 cuando Int está cerrado. En la figura 4.3.2, se muestra una simplificación del circuito para este estado, donde se eliminan los componentes por donde no pasa corriente.

Se observa que el diodo Di desaparece ya que está abierto, desapareciendo también el transformador ideal al no pasar corriente por él. Por lo que el circuito en este estado es idéntico al caso del circuito elevador clásico.

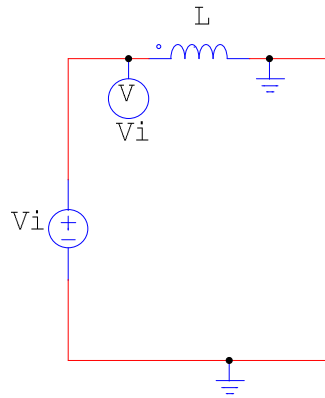


Figura 4.3.2: Convertidor Elevador-TLP propuesto con el interruptor cerrado.

Como paso previo al cálculo de la variación de corriente por la bobina L , hay que calcular la tensión a la que está sometida la bobina. En general la tensión en una bobina viene dada por la ecuación:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (4.3.1)$$

donde:

v_L Tensión instantánea por la bobina.

L Inductancia de la bobina.

i_L Corriente instantánea por la bobina.

t Tiempo.

Por otro lado, se observa en la figura 4.3.2, que la tensión de la bobina en el intervalo de tiempo t_{on} , es constante y de valor:

$$v_L \Big|_{t_{on}} = V_i - 0 = V_i = cte \quad (4.3.2)$$

donde:

V_i Tensión constante de entrada.

V_o Tensión constante de salida.

La variación de la corriente por la bobina durante el intervalo de tiempo $[0, DT]$, se obtiene integrando la ecuación 4.3.1, y teniendo en cuenta la ecuación 4.3.2:

$$(\Delta i_L)_s = \int_{t_{on}} di_L = \int_0^{DT} \frac{v_L}{L} dt = \frac{v_L}{L} \int_0^{DT} dt = \frac{v_L}{L} DT = \frac{V_i}{L} DT$$

entonces:

$$\boxed{(\Delta i_L)_s = \frac{V_i}{L} DT} \quad (4.3.3)$$

donde:

$(\Delta i_L)_s$ Variación de i_L cuando el interruptor está cerrado, y por tanto, la corriente está subiendo.

4.3.2.2. Interruptor abierto $t_{off} \in [DT, T]$

El circuito a analizar corresponde al indicado en la figura 4.2.1 cuando Int está abierto. En la figura 4.3.3 se muestra una simplificación del circuito para este estado, donde se eliminan los componentes por donde no pasa corriente. Se observa que el diodo Di está cerrado permitiendo la circulación de corriente

por el transformador y la bobina. Por otro lado, la rama del interruptor desaparece ya que no circula corriente por ella. Es en este estado cuando existe diferencia entre el circuito clásico y el propuesto, y por tanto, el más interesante en el presente estudio.

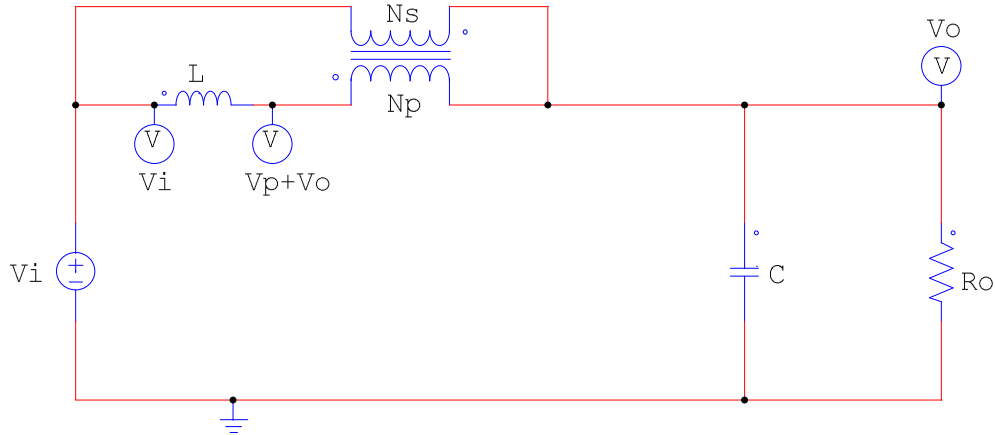


Figura 4.3.3: Convertidor Elevador-TLP con el interruptor abierto.

Dado que el transformador está activo, se define previamente la relación de transformación:

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (4.3.4)$$

donde:

- a Relación de transformación.
- N_p Número de espiras en el primario del transformador.
- N_s Número de espiras en el secundario del transformador.
- v_p Tensión instantánea en el primario del transformador.
- v_s Tensión instantánea en el secundario del transformador.
- i_p Corriente instantánea en el primario del transformador.
- i_s Corriente instantánea en el secundario del transformador.

Observando la figura 4.3.3 y usando la ecuación 4.3.4:

$$V_o = V_i + V_s = V_i + \frac{V_p}{a} \implies V_p = a(V_o - V_i) \quad (4.3.5)$$

donde:

V_p Tensión constante del primario del transformador durante t_{off} .

V_s Tensión constante del secundario del transformador durante t_{off} .

Por otro lado, se observa en la figura 4.3.3 que la tensión de la bobina en el intervalo de tiempo es constante, por lo que usando la ecuación 4.3.5 se tiene:

$$\begin{aligned} v_L \Big|_{t_{off}} &= V_i - (V_p + V_o) = V_i - V_p - V_o = V_i - a(V_o - V_i) - V_o = V_i - aV_o + aV_i - V_o \\ &= (1 + a)V_i - (1 + a)V_o = (1 + a)(V_i - V_o) = cte \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

Se debe observar que durante el intervalo de tiempo $t_{off} \in [DT, T]$, en general, existe corriente por la bobina en un intervalo de tiempo $[DT, (D + D_1)T]$, dichos valores serán iguales en caso de estar en MCC, y distintos en caso de MCD.

La variación de la corriente por la bobina durante el intervalo de tiempo $[DT, (D + D_1)T]$, se obtiene al integrar la ecuación 4.3.1, teniendo en cuenta la ecuación 4.3.6:

$$\begin{aligned} (\Delta i_L)_b &= \int_{t_{off}} di_L = \int_{DT}^{(D+D_1)T} \frac{v_L}{L} dt = \frac{v_L}{L} \int_{DT}^{(D+D_1)T} dt = \frac{v_L}{L} D_1 T \\ &= (1 + a) \frac{V_i - V_o}{L} D_1 T \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{(\Delta i_L)_b = (1 + a) \frac{V_i - V_o}{L} D_1 T} \quad (4.3.7)$$

donde:

$(\Delta i_L)_b$ Variación de i_L cuando el interruptor está abierto, y por tanto, la corriente está bajando.

Si se recuerda que la expresión de un convertidor Elevador clásico en t_{off} tiene la ecuación:

$$(\Delta i_L)_b = \frac{V_i - V_o}{L} D_1 T \quad (4.3.8)$$

Se pueden comparar ambas expresiones (ecuaciones 4.3.7 y 4.3.8) para obtener un resultado interesante. Se puede ver que al añadir el transformador, el circuito se comporta en t_{off} , como si fuera un circuito Elevador clásico con una bobina de valor $\frac{1}{1+a}L$. En consecuencia, se define la inductancia equivalente:

$$L_{eq} = \frac{1}{1+a}L \quad (4.3.9)$$

donde:

L_{eq} Inductancia equivalente, que corresponde al valor de inductancia que sería necesario en un circuito clásico para obtener la misma disminución de corriente obtenida con el circuito propuesto.

Se observa que se puede variar el valor de la inductancia en función de $\frac{1}{1+a}$; para su estudio posterior, se define esta fracción como:

$$\lambda_1 = \frac{1}{1+a} \quad (4.3.10)$$

donde:

λ_1 Factor λ_1 , que es la fracción de la inductancia L del circuito propuesto, que sería necesaria poner en un circuito clásico para obtener el mismo valor de $(\Delta i_L)_b$ que se obtiene en el circuito con transformador.

Esto significa, que al introducir el transformador, se obtiene un circuito que, durante el tramo de tiempo en el que el interruptor está abierto, es idéntico a un circuito clásico con una inductancia de valor $100\lambda_1\%$ la inductancia que realmente tiene el circuito.

Finalmente, combinando las ecuaciones 4.3.7, 4.3.9 y 4.3.10 se concluye que:

$$(\Delta i_L)_b = \frac{V_i - V_o}{\lambda_1 L} D_1 T = \frac{V_i - V_o}{L_{eq}} D_1 T \quad (4.3.11)$$

4.3.2.3. Función de transferencia

La función de transferencia se obtiene teniendo en cuenta, que en régimen permanente, se debe cumplir que la corriente por la bobina al final de cada periodo tiene que ser la misma que al principio. Esto se traduce en que:

$$(\Delta i_L)_s + (\Delta i_L)_b = 0 \quad (4.3.12)$$

Debe observarse, que como se concluyó en las secciones 4.3.2.1 y 4.3.2.2 el circuito propuesto es un combinación de un circuito clásico de inductancia L_{eq} cuando el interruptor está abierto, y un circuito clásico de inductancia L cuando el interruptor está cerrado.

Sustituyendo las expresiones 4.3.3 y 4.3.11 en 4.3.12 tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{V_i}{L}DT + \frac{V_i - V_o}{L_{eq}}D_1T &= 0 \\ \frac{V_i}{L}DT + \frac{V_i - V_o}{\lambda_1 L}D_1T &= 0 \\ V_iD + \frac{V_i - V_o}{\lambda_1}D_1 &= 0 \\ \lambda_1 V_iD + V_iD_1 - V_oD_1 &= 0 \\ (\lambda_1 D + D_1) V_i &= V_oD_1 \\ \frac{V_o}{V_i} &= \frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1}} \quad (4.3.13)$$

donde:

G Ganancia de tensión del convertidor.

Es importante recordar que como se destaca al inicio de esta sección, se obtienen las ecuaciones correspondientes a un convertidor Elevador clásico sin más que hacer $a = 0$, lo que se traduce en $\lambda_1 = 1$.

4.3.3. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$

Dada la importancia que tiene la corriente por la bobina para la determinación del modo de conducción en el que se encuentra el circuito, se expone a continuación un desarrollo que permite expresar la corriente por la bobina en función de variables más adecuadas para los análisis posteriores.

4.3.3.1. Corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en función de las tensiones de entrada V_i y salida V_o

Debido a que resulta útil para el cálculo de la corriente por la bobina, se calcula en primer lugar la corriente media de entrada.

Una forma general de obtener la corriente por la entrada, es tener en cuenta que, supuestos componentes electrónicos ideales, la potencia entregada por la fuente tiene que ser igual a la consumida por la carga:

$$P_i = P_o \quad (4.3.14)$$

donde:

P_i Potencia de entrada.

P_o Potencia de salida.

En la figura 4.3.4 se muestran las tensiones y corrientes significativas para esta deducción. Cuando el interruptor Int está cerrado, el comportamiento corresponde al de un convertidor Elevador clásico. En cambio cuando el interruptor Int está abierto, parte de la corriente de entrada es derivada por el secundario sin pasar por la bobina.

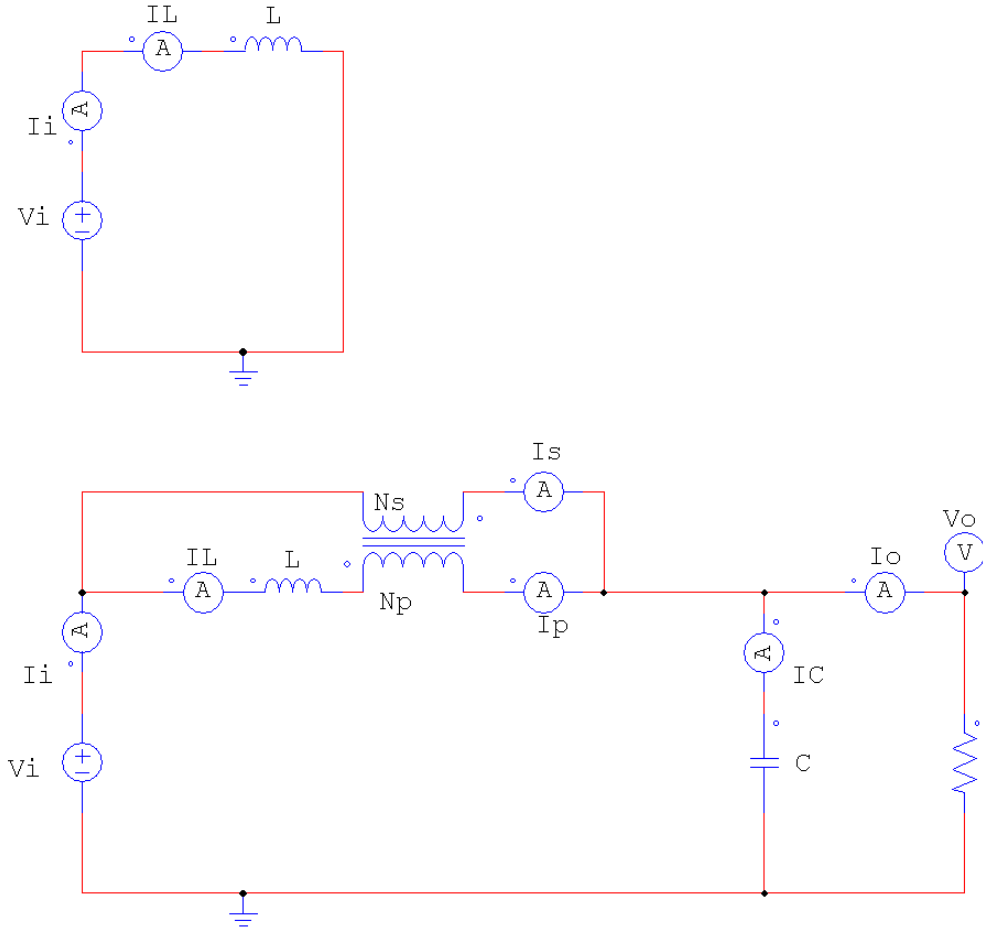


Figura 4.3.4: Corrientes más significativas en el convertidor Elevador-TLP con el interruptor cerrado (arriba) y con el interruptor abierto (abajo).

Por un lado, la potencia de entrada la proporciona la fuente y tiene el valor:

$$P_i = V_i \bar{i}_i \quad (4.3.15)$$

donde:

\bar{i}_i Corriente media de entrada al circuito.

Por otro lado, la potencia de salida la consume la carga íntegramente, y toma el valor:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (4.3.16)$$

donde:

R_o Resistencia de la carga del circuito.

Sustituyendo las ecuaciones 4.3.15 y 4.3.16 en la ecuación 4.3.14 y usando la ecuación 4.3.13, se tiene que:

$$\begin{aligned} V_i \bar{i}_i &= \frac{V_o^2}{R_o} \\ V_i \bar{i}_i &= \frac{G^2 V_i^2}{R_o} \\ \bar{i}_i &= G^2 \frac{V_i}{R_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{\bar{i}_i = G^2 \frac{V_i}{R_o}} \quad (4.3.17)$$

Adicionalmente se puede expresar la corriente de entrada en función de las corrientes de salida:

$$\bar{i}_i = G I_o \quad (4.3.18)$$

I_o Corriente constante de salida.

Este es un resultado general para todos los convertidores de continua, teniendo en cuenta que el valor de G debe particularizar para cada circuito en estudio y para cada modo de conducción.

De estos resultados también se puede extraer que:

- Se puede completar la definición de ganancia:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\bar{i}_i}{I_o} \quad (4.3.19)$$

- Si se compara esta ecuación con la un transformador (véase ecuación 4.3.4), se concluye que un convertidor de continua se puede modelizar como un transformador de variables:

$$a' = \frac{1}{G}$$

$$V_p' = V_i$$

$$V_s' = V_o$$

- La resistencia que el circuito ve a la entrada es:

$$R_i = \frac{R_o}{G^2} \quad (4.3.20)$$

4.3.3.2. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$

Para el cálculo de la corriente media por la bobina, se supone que está relacionada con la corriente media de entrada de alguna manera aún sin determinar, dicha relación para el circuito Elevador-TLP se obtendrá en el apartado 4.3.3.3. En esta sección, basta con decir que la corriente de entrada está relacionada con la corriente de salida en una proporción k :

$$\overline{i_L} = k\overline{i_i} \quad (4.3.21)$$

donde:

k Relación entre la corriente por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente de entrada $\overline{i_i}$.

Al combinar las ecuaciones 4.3.17 y 4.3.21 se obtiene:

$$\boxed{\overline{i_L} = k\overline{i_i} = kG^2 \frac{V_i}{R_o}} \quad (4.3.22)$$

Adicionalmente se puede expresar la corriente en la bobina en función de las corrientes de entrada y salida:

$$\overline{i_L} = kG^2\overline{i_i} = kGI_o \quad (4.3.23)$$

Este es un resultado general para todos los convertidores de continua, teniendo en cuenta que los valores de G y k se deben particularizar para cada circuito en estudio y para cada modo de conducción.

4.3.3.3. Relación k entre la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ y la corriente media de entrada $\overline{i_i}$ en el convertidor Elevador-TLP

Esta relación que se define arbitrariamente como k , se deja a continuación en función de las variables D y D_1 , lo que implícitamente implica que se deja en función de las variables a y D , de alguna forma, que dependerá tanto del circuito concreto como del modo de conducción.

Puesto que la corriente por la bobina $\overline{i_L}$ será una proporción k de la corriente de entrada $\overline{i_i}$, es decir:

$$\overline{i_L} = k \overline{i_i} \quad (4.3.24)$$

para la obtención de la relación entre corrientes k se calculan la corriente media por la bobina $\overline{i_L}$, y la corriente media por la entrada $\overline{i_i}$, para poder compararlas.

Se toma como apoyo la figura 4.3.5 que corresponde a la corriente por la bobina en MCC. Dicho caso es el más general, puesto que en MCC, es necesario calcular dos áreas, formadas por el triángulo superior y el rectángulo inferior.

No obstante, el resultado obtenido es válido para MCD, ya que es un caso particular de MCC en el que $I_{L\text{mín}}$ es igual a 0, y por tanto, sólo existirá el área correspondiente al triángulo superior.

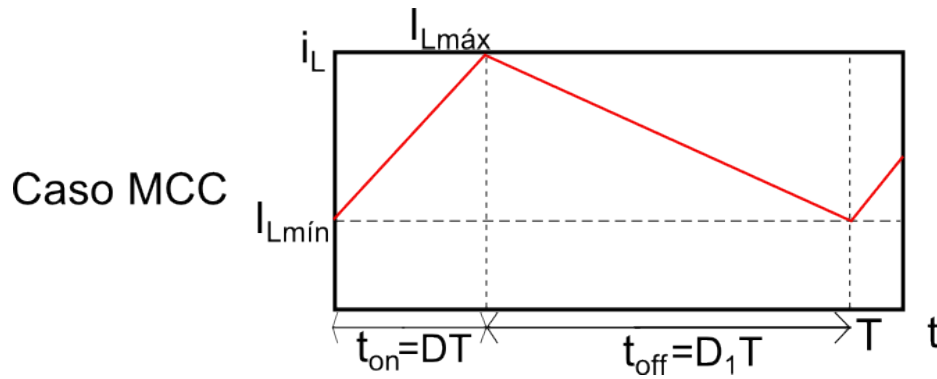


Figura 4.3.5: Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción continua (MCC).

Viendo la figura 4.3.4 y usando la ecuación 4.3.4 se observa que hasta $t = DT$, la corriente de entrada es $\overline{i_i} = \overline{i_L}$, y que desde $t = DT$ a $t = (D + D_1)T$, la corriente de entrada es $\overline{i_i} = \overline{i_p} + \overline{i_s} = (1 + a) \overline{i_p} = \frac{\overline{i_L}}{\lambda_1}$, siendo $\overline{i_p}$ y $\overline{i_s}$, las corrientes media en el primario y el secundario del transformador respectivamente. Por tanto, la corriente media de entrada es:

$$\overline{i_i} = \frac{1}{T} \int_0^T i_i dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} i_L dt + \frac{1}{T} \int_{DT}^{(D+D_1)T} \frac{i_L}{\lambda_1} dt = \frac{1}{T} \left(\text{Área}_{DT} + \frac{\text{Área}_{D_1 T}}{\lambda_1} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot Base_{DT} \cdot AlturaTriángulo_{DT} + Base_{DT} \cdot AlturaRectángulo_{DT} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2\lambda_1} \cdot Base_{D_1T} \cdot AlturaTriángulo_{D_1T} + \frac{1}{\lambda_1} Base_{D_1T} \cdot AlturaRectángulo_{D_1T} \right) \\
&= \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} DT (I_{Lmáx} - I_{Lmín}) + DT I_{Lmín} + \frac{1}{2\lambda_1} D_1 T (I_{Lmáx} - I_{Lmín}) + \frac{1}{\lambda_1} D_1 T I_{Lmín} \right] \\
&= D \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] + \frac{D_1}{\lambda_1} \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \\
&= \left(D + \frac{D_1}{\lambda_1} \right) \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \\
&= \frac{\lambda_1 D + D_1}{\lambda_1} \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right]
\end{aligned}$$

entonces:

$$\bar{i}_i = \frac{\lambda_1 D + D_1}{\lambda_1} \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] \quad (4.3.25)$$

donde:

$I_{Lmáx}$	Corriente máxima que pasa por la bobina en un periodo.
$I_{Lmín}$	Corriente mínima que pasa por la bobina en un periodo.
Área_{DT}	Área bajo la curva de la figura 4.3.5, correspondiente al caso MCC, y en el intervalo de integración $[0, DT]$.
$Base_{DT}$	Base del área Área_T , que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es DT .
$AlturaTriángulo_{DT}$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$AlturaRectángulo_{DT}$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[0, DT]$ es $I_{Lmín}$.
Área_{D_1T}	Área bajo la curva de la figura 4.3.5, correspondiente al caso MCC, y en el intervalo de integración $[DT, (D + D_1) T]$.

$Base_{D_1T}$	Base del área $\acute{A}rea_{D_1T}$, que para este intervalo de integración $[DT, (D + D_1)T]$ es D_1T .
$AlturaTriángulo_{D_1T}$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[DT, (D + D_1)T]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$AlturaRectángulo_{D_1T}$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[DT, (D + D_1)T]$ es $I_{Lmín}$.

De forma similar tomando de nuevo como apoyo la gráfica de la figura 4.3.5 correspondiente al caso MCC, la corriente media por la bobina se calcula obteniendo el área bajo la curva $i_L(t)$ en todo el periodo:

$$\begin{aligned}
 \overline{i_L} &= \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt = \frac{1}{T} \cdot \acute{A}rea_T \\
 &= \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot Base_T \cdot AlturaTriángulo_T + Base_T \cdot AlturaRectángulo_T \right) \\
 &= \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} (D + D_1)T (I_{Lmáx} - I_{Lmín}) + (D + D_1)T I_{Lmín} \right] = \frac{D + D_1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín})
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\overline{i_L} = (D + D_1) \frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \quad (4.3.26)$$

donde:

$\acute{A}rea_T$	Área bajo la curva de la figura 4.3.5, correspondiente al caso MCC y en el intervalo de integración $[0, T]$.
$Base_T$	Base del área $\acute{A}rea_T$, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $(D + D_1)T$.
$AlturaTriángulo_T$	Altura del área correspondiente al triángulo, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $I_{Lmáx} - I_{Lmín}$.
$AlturaRectángulo_T$	Altura del área correspondiente al rectángulo, que para este intervalo de integración $[0, T]$ es $I_{Lmín}$.

Si se recuerda la definición de k (véase la ecuación 4.3.24), y se comparan las ecuaciones 4.3.25 y 4.3.26, se concluye que:

$$(D + D_1) \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right] = k \frac{\lambda_1 D + D_1}{\lambda_1} \left[\frac{1}{2} (I_{Lmáx} + I_{Lmín}) \right]$$

$$\Rightarrow (D + D_1) = k \frac{\lambda_1 D + D_1}{\lambda_1} \Rightarrow k = \lambda_1 \frac{D + D_1}{\lambda_1 D + D_1}$$

entonces:

$$\boxed{k = \lambda_1 \frac{D + D_1}{\lambda_1 D + D_1}} \quad (4.3.27)$$

Resultado que es válido para el convertidor Elevador-TLP, y que tendrá un valor D_1 distinto dependiendo del modo de conducción en que se encuentre (véase el apartado 4.3.4).

4.3.3.4. Corriente media por la bobina $\overline{i_L}$ en el convertidor Elevador-TLP

El valor de G para el circuito Elevador-TLP se ha calculado en el apartado 4.3.2.3 y corresponde a la ecuación 4.3.13, el valor de k se ha particularizado en el apartado 4.3.3.3, resultando la ecuación 4.3.27.

Sustituyendo en 4.3.22, los valores de 4.3.13 y 4.3.27, se tiene que la corriente media por la bobina es:

$$\overline{i_L} = k G^2 \frac{V_i}{R_o} = \lambda_1 \frac{D + D_1}{\lambda_1 D + D_1} \left[\frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{\lambda_1 (D + D_1) (\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} \frac{V_i}{R_o}$$

entonces:

$$\boxed{\overline{i_L} = \frac{\lambda_1 (D + D_1) (\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} \frac{V_i}{R_o}} \quad (4.3.28)$$

Esta ecuación es un resultado particularizado para un convertidor Elevador-TLP. Una vez más, se debe recordar que $a = 0$ implica $\lambda_1 = 1$, y permite obtener el resultado correspondiente al convertidor Elevador clásico.

Más adelante, se particulariza estas expresiones en función del modo de conducción (véase apartado 4.3.4).

4.3.4. Valor D_1 en cada modo de conducción

El valor D_1 representa la fracción de periodo T durante la cual la corriente por la bobina está disminuyendo. Este valor dependerá de si la bobina conduce durante todo el periodo (MCC), o si hay una fracción de periodo durante las que no conduce (MCD). Para generalizar esta diferencia se dice que la bobina conduce durante la fracción de periodo $D + D_1$, tomando D_1 un valor distinto en función del modo de conducción.

4.3.4.1. Modo de conducción continua (MCC)

En este modo la bobina está siempre en conducción, y por tanto, se observa fácilmente en la gráfica correspondiente a MCC de la figura 4.3.5, que el valor de D_1 es:

$$\boxed{D_1 = 1 - D} \quad (4.3.29)$$

Nótese que este resultado es sólo consecuencia de haber generalizado el tiempo de conducción de la bobina, ya que en modo de conducción continua la bobina conduce la fracción de periodo $D + D_1 = D + 1 - D = 1$, es decir, la bobina conduce todo el periodo.

4.3.4.2. Modo de conducción discontinua (MCD)

Este modo en cambio es menos directo. Para obtener D_1 , sirve de apoyo la gráfica correspondiente al MCD, que se puede ver en la figura 4.3.6 y los resultados obtenidos en el apartado 4.3.3.3, concretamente, la ecuación 4.3.26, que se puede particularizar para MCD haciendo $I_{Lmin} = 0$:

$$\overline{i_L} = (D + D_1) \frac{1}{2} I_{Lmax} \quad (4.3.30)$$

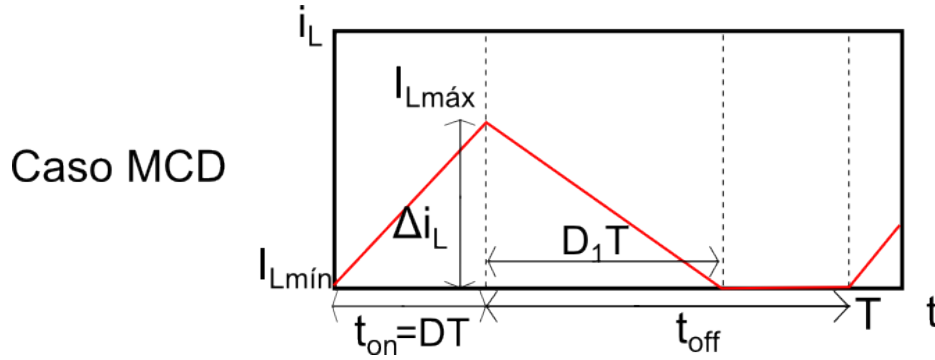


Figura 4.3.6: Corriente por la bobina en el caso de modo de conducción discontinua (MCD). Se destaca que la corriente por la bobina máxima $I_{Lmáx}$ es igual a la variación de corriente Δi_L . Además se observa, que la base del área bajo la curva de la corriente es $DT + D_1T = (D + D_1)T$.

Para obtener el valor de $I_{Lmáx}$, se elige una de las dos posibles ecuaciones que valen Δi_L , correspondientes a las ecuaciones 4.3.3 y 4.3.7 en valor absoluto. Se toma la primera por ser más conveniente, ya que sólo aparece una de las tensiones, esto es:

$$I_{Lmáx} = \Delta i_L = |(\Delta i_L)_s| = \frac{V_i}{L}DT \quad (4.3.31)$$

Si se sustituye la ecuación 4.3.31 en la ecuación 4.3.30 se tiene:

$$\bar{i}_L = \frac{1}{2}(D + D_1)\frac{V_i}{L}DT \quad (4.3.32)$$

Se tiene que despejar D_1 de tal forma que sólo sea función de a , D y el parámetro adimensional de carga K . Este último se estudiará en la sección 4.3.5, y basta decir por ahora que su valor es $K = \frac{2L}{RT}$.

Se igualan las ecuaciones 4.3.32 y 4.3.22 y se usan las ecuaciones 4.3.13 y 4.3.27:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(D + D_1)\frac{V_i}{L}DT &= kG^2\frac{V_i}{R_o} \\ \frac{1}{2}(D + D_1)\frac{V_iDT^2}{KR_oT} &= kG^2\frac{V_i}{R_o} \\ (D + D_1)\frac{D}{K} &= \lambda_1\frac{D + D_1}{\lambda_1 D + D_1}\left[\frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1}\right]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{D}{K} &= \frac{\lambda_1 (\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} \\ \frac{D}{K} &= \frac{\lambda_1^2 D + \lambda_1 D_1}{D_1^2} \\ \frac{D}{K} D_1^2 - \lambda_1 D_1 - \lambda_1^2 D &= 0\end{aligned}$$

entonces:

$$\frac{D}{K} D_1^2 - \lambda_1 D_1 - \lambda_1^2 D = 0 \quad (4.3.33)$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado obtenemos el resultado buscado:

$$\begin{aligned}D_1 &= \frac{\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - 4 \cdot \frac{D}{K} \cdot (-\lambda_1^2 D)}}{2 \cdot \frac{D}{K}} \\ D_1 &= \frac{K \lambda_1}{2D} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} \right)\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D_1 = \frac{K \lambda_1}{2D} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} \right)} \quad (4.3.34)$$

4.3.5. Parámetro adimensional de carga crítico K_c

Se recuerda que los circuitos aquí estudiados se pueden encontrar en modo de conducción continua (MCC) o en modo de conducción discontinua (MCD). El circuito se encuentra en MCC cuando la corriente por la bobina L nunca llega a cero, en caso contrario se dice que el circuito está en MCD.

El parámetro K sirve para determinar en qué modo de conducción se encuentra el circuito, y viene definido por la ecuación:

$$\boxed{K = \frac{2L}{R_o T}} \quad (4.3.35)$$

donde:

K Parámetro adimensional de carga del circuito.

Este parámetro tiene un valor determinado para cada conjunto de parámetros L , R_o y T concretos. Se debe comparar con el valor del parámetro crítico K_c para establecer en qué modo de conducción está el circuito. Siendo K_c función de la relación de transformación a y del ciclo de trabajo D .

Puesto que el valor de la corriente por la bobina determina el modo de conducción, para determinar el valor de K_c , se necesita analizar la corriente por la bobina para el límite entre modos, para después determinar para qué valores del circuito la corriente mínima I_{Lmin} se hace cero justo al final del periodo, ya que ese es el momento crítico en el que una variación de cualquier parámetro del circuito hace pasar al circuito a MCC o a MCD.

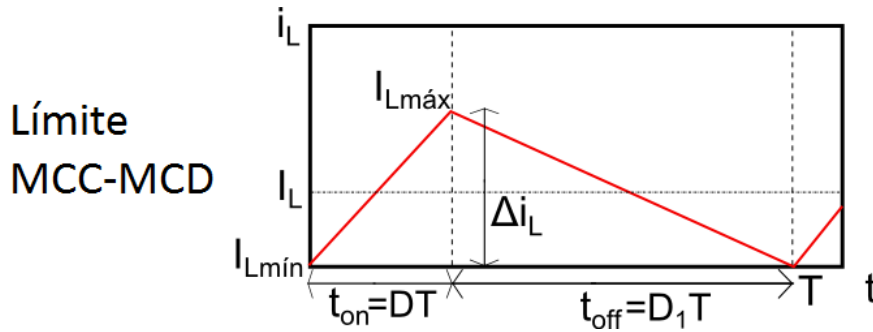


Figura 4.3.7: Corriente por la bobina en el límite entre modos, dónde se destaca que la corriente por la bobina varía $\Delta i_L/2$ por encima y por debajo de la corriente media \bar{i}_L .

Observando la figura 4.3.7, y usando las ecuaciones 4.3.22, 4.3.27, 4.3.13, 4.3.35 y 4.3.3, se calcula la corriente mínima:

$$\begin{aligned}
 I_{Lmin} &= \bar{i}_L - \frac{|\Delta i_L|}{2} = kG^2 \frac{V_i}{R_o} - \frac{|\Delta i_L|}{2} \\
 &= \lambda_1 \frac{D + D_1}{\lambda_1 D + D_1} \left(\frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1} \right)^2 \frac{V_i}{R_o} - \frac{\frac{V_i}{L} DT}{2} = \lambda_1 (D + D_1) \frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1^2} \frac{V_i}{R_o} - \frac{DTV_i}{2L} \\
 &= \lambda_1 \frac{(D + D_1)(\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} \frac{V_i}{R_o} - \frac{DTV_i}{2KR_oT} = \left[\lambda_1 \frac{(D + D_1)(\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} - \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmin} = \left[\lambda_1 \frac{(D + D_1)(\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} - \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \quad (4.3.36)$$

Puesto que el caso que interesa para obtener el parámetro adimensional de carga crítica, es el límite entre modos, y que en ese caso, por estar pre-

cisamente en el cambio del MCC al MCD, es indistinto usar el valor de D_1 correspondiente a cualquier modo, se usa el valor de D_1 correspondiente al MCC, por ser mucho más sencillo de calcular. Por tanto, se sustituye en la ecuación 4.3.36, la ecuación 4.3.29:

$$\begin{aligned} I_{Lmin} &= \left[\lambda_1 \frac{(D + D_1)(\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} - \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \\ &= \left[\lambda_1 \frac{(D + 1 - D)(\lambda_1 D + 1 - D)}{(1 - D)^2} - \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \\ &= \left[\lambda_1 \frac{[1 + D(\lambda_1 - 1)]}{(1 - D)^2} - \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmin} = \left[\frac{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]}{(1 - D)^2} - \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \quad (4.3.37)$$

Por último, se busca el punto en el que la corriente mínima es justo cero, por lo que se determina el punto crítico haciendo $I_{Lmin} = 0$, por tanto:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[\frac{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]}{(1 - D)^2} - \frac{D}{K_c} \right] \frac{V_i}{R_o} \\ \frac{D}{K_c} &= \frac{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]}{(1 - D)^2} \\ K_c &= \frac{1}{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]} D(1 - D)^2 \end{aligned}$$

entonces:

$$K_c = \frac{1}{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]} D(1 - D)^2 \quad (4.3.38)$$

Si se recuerda el valor de K_c para un convertidor Elevador clásico:

$$K_c = D(1 - D)^2 \quad (4.3.39)$$

Se observa por comparación, que el impacto producido en el parámetro adimensional de carga crítico por la inclusión del transformador, que se define como λ_2 , es:

$$\lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]} \quad (4.3.40)$$

Comparando 4.3.40 con 4.3.38, se obtiene una forma más compacta del parámetro adimensional de carga crítico:

$$K_c = \lambda_2 D (1 - D)^2 \quad (4.3.41)$$

De nuevo, se recalca, que si $a = 0$, entonces $\lambda_1 = 1$, lo que a su vez provoca $\lambda_2 = 1$, quedando el parámetro adimensional de carga crítico clásico.

4.3.6. Energía máxima en la bobina

Puesto que el tamaño de la bobina viene determinado por la energía máxima que debe almacenar, resulta interesante el cálculo de la energía máxima. Su expresión es:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{1}{2} L I_{Lmáx}^2 \quad (4.3.42)$$

donde:

$\varepsilon_{Lmáx}$ Energía máxima almacenada en la bobina del circuito.

Dónde la corriente máxima se calcula fácilmente cambiando el signo del segundo término de la expresión 4.3.36 correspondiente a $I_{Lmín}$, lo que da como resultado:

$$I_{Lmáx} = \overline{i_L} + \frac{|\Delta i_L|}{2} = \left[\lambda_1 \frac{(D + D_1)(\lambda_1 D + D_1)}{D_1^2} + \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \quad (4.3.43)$$

4.4. Ecuaciones en MCC

Las ecuaciones que se van a desarrollar en esta sección corresponden a las demostradas en la sección 4.3 particularizadas para el MCC, estas ecuaciones muestran explícitamente la influencia de la variable estudia a , correspondiente a la relación de transformación. Así mismo se facilita la comparación con las expresiones correspondiente al circuito clásico equivalente.

A continuación se exponen las ecuaciones en MCC en el orden típico de uso. El desarrollo de dichas ecuaciones, cuando no es directo, se puede encontrar en el apéndice C.

Para facilitar la comparación con el circuito clásico, se muestran las ecuaciones en función del circuito clásico correspondiente con las mismas variables iniciales. Se especificará a que circuito se refiere la variable en cada caso de la siguiente manera:

- Subíndice n para el Elevador-TLP.
- Subíndice a para el Elevador clásico.

4.4.1. Relación de transformación a

La relación de transformación es la nueva variable introducida en el circuito, y nos permitirá actuar sobre este, cuanto mayor sea su valor, más corriente se desviará por el secundario del transformador, y por tanto, menos corriente pasará por la bobina del circuito, esto es independiente del modo de conducción y en un Elevador clásico $a = 0$. Se define como:

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (4.4.1)$$

Se puede interpretar, a partir de la definición de la relación de transformación, qué implicaciones subyacen tras el hecho de que $a = 0$ en un Elevador clásico. Desde un punto de vista matemático, se puede obtener $a = 0$ haciendo $N_p = 0$, lo que equivale a decir que la tensión que cae en el primario es cero ($v_p = 0$), esto significa que existe un cortocircuito en ese tramo; adicionalmente de la definición se extrae que la corriente por el secundario es cero, $i_s = 0$, lo que equivale a decir que el circuito relativo al secundario del transformador está abierto en ese tramo.

Si se analizan estos dos hechos de forma conjunta sobre el circuito, se observa que como es de esperar, cortocircuitar el primario y abrir el circuito en el secundario equivale a tener el Elevador clásico de nuevo, es decir a quitar el transformador.

Por otro lado, matemáticamente, podríamos tender hacia $a = 0$, para valores de N_s que tienden a ∞ , esto implicaría, una gran caída de tensión en el secundario junto con mucha corriente en el primario, lo que tiende al caso clásico, o lo que es lo mismo, circuito abierto en el secundario y cortocircuito en el primario.

De este análisis se concluye que se puede controlar la cercanía con el caso clásico a través de la relación de transformación, obteniendo un circuito más parecido al del caso clásico, cuanto más cerca esté la relación de transformación de cero, ya sea a través de valores bajos de N_p o altos de N_s .

4.4.2. Parámetro de carga crítico K_c

A continuación se muestra el parámetro de carga crítica, para ver su cálculo véase el apéndice C. Este parámetro marca la frontera entre modos de conducción:

$$K_{cn} = \frac{(1+a)^2}{1+a(1-D)} D(1-D)^2 = \frac{(1+a)^2}{1+a(1-D)} K_{ca} \quad (4.4.2)$$

Puesto que el numerado siempre es mayor el denominado, se concluye que la inclusión del transformador siempre provocará un aumento en el parámetro de carga crítico, esto está asociado a la disminución de la corriente por la bobina, lo que hará más probable que la bobina deje de conducir en alguna fracción de periodo.

4.4.3. Parámetro de carga del circuito K

Para ver en qué modo se encuentra el circuito se calcula el parámetro adimensional de carga del circuito, este parámetro es independiente del modo de conducción y en un Elevador clásico toma el mismo valor que en el Elevador-TLP. Su valor es:

$$K = \frac{2L}{R_o T} \quad (4.4.3)$$

Se sabe que si $K > K_c$ estaremos en MCC, y en caso contrario en MCD.

4.4.4. Parámetro de modo de conducción χ

Con este parámetro se normaliza la determinación del modo de conducción, su definición es:

$$\chi_n = \frac{K}{K_c} = \frac{[1 + a(1 - D)] K}{(1 + a)^2 D(1 - D)^2} = \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)^2} \chi_a \quad (4.4.4)$$

Por tanto, para cualquier circuito, si $\chi > 1$ estaremos en MCC, y en caso contrario en MCD. Se observa que al añadir un transformador al Elevador clásico, el parámetro siempre disminuye estando la disminución entre $\frac{1}{1+a}$ para $D = 0$, y $\frac{1}{(1+a)^2}$ para $D = 1$.

Esto se traduce en que un Elevador clásico en MCC, puede pasar a MCD al añadirle el transformador, siendo imposible lo contrario. Esto es lógico, puesto que al desviar parte de la corriente proveniente de entrada a través del secundario, la bobina recibirá menos corriente, disminuyendo el valor de su corriente media, por tanto, cuanto mayor sea el valor de la relación de transformación a , menor la corriente en la bobina, y más probable que la bobina deje de conducir en alguna fracción del período.

4.4.5. Ganancia del convertidor G

Se muestra la ganancia del circuito, para ver su cálculo véase el apéndice C. La ganancia toma el valor:

$$G_n = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)(1 - D)} = \frac{1 + a(1 - D)}{1 + a} G_a \quad (4.4.5)$$

Se observa que $\frac{1+a(1-D)}{1+a}$, toma un valor máximo igual a 1, para $D = 0$, y va disminuyendo su valor conforme aumenta el valor de D , hasta el valor mínimo $\frac{1}{1+a}$, para $D = 1$. Por tanto, la ganancia en el convertidor Elevador-TLP siempre será menor que la ganancia en el convertidor Elevador clásico.

Una vez calculada la ganancia, el resto de variables se pueden calcular a partir de esta y de las variables de estado del circuito.

4.4.6. Tensión de salida V_o

La ganancia permite obtener la tensión y la corriente de salida. La tensión de salida es:

$$V_{on} = GV_i = \frac{1+a(1-D)}{1+a} \frac{V_i}{1-D} = \frac{1+a(1-D)}{1+a} V_{oa} \quad (4.4.6)$$

4.4.7. Corriente de salida I_o

La corriente de salida toma el valor:

$$I_{on} = \frac{V_o}{R_o} = \frac{1+a(1-D)}{1+a} \frac{V_i}{(1-D)R_o} = \frac{1+a(1-D)}{1+a} I_{oa} \quad (4.4.7)$$

4.4.8. Corriente de entrada $\overline{i_i}$

La corriente de entrada, según se calculó en 4.3.17, toma el valor:

$$\overline{i_{in}} = G^2 \frac{V_i}{R_o} = \left[\frac{1+a(1-D)}{(1+a)(1-D)} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \left[\frac{1+a(1-D)}{1+a} \right]^2 \frac{V_i}{(1-D)^2 R_o} = \left[\frac{1+a(1-D)}{1+a} \right]^2 \overline{i_{ia}} \quad (4.4.8)$$

Así mismo, como se explica en la sección 4.3.3.1, se recuerda que el convertidor se puede considerar equivalente a un transformador con relación de transformación:

$$a' = \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} = \frac{V_i}{V_o} = \frac{I_o}{\overline{i_i}} \quad (4.4.9)$$

4.4.9. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$

La corriente por la bobina se determina en el apéndice C, y toma el valor:

$$\overline{i_{Ln}} = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} \frac{V_i}{R_o} = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2} \overline{i_{La}} \quad (4.4.10)$$

Se observa que la corriente por la bobina disminuye al mismo ritmo que aumenta el parámetro adimensional de carga crítico K_c , esto evidencia que la causa del aumento de K_c es la disminución en la corriente por la bobina provocada por el transformador.

O visto de otra manera, tiene la misma evolución que el parámetro de modo χ , es decir, al añadir un transformador a un circuito clásico, el parámetro siempre disminuye estando la disminución entre $\frac{1}{1+a}$ para $D = 0$, y $\frac{1}{(1+a)^2}$ para $D = 1$.

4.4.10. Variación de la corriente por la bobina Δi_L

La pendiente de la corriente por la bobina de subida y de bajada, se calculó en 4.3.17, y toman el mismo valor en valor absoluto:

$$\Delta i_{Ln} = \pm \frac{2DV_i}{KR_o} = \pm \Delta i_{La} \quad (4.4.11)$$

Se observa que no depende de a , es decir, el rizado de la corriente por la bobina es independiente de la inclusión del transformador.

4.4.11. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$

La corriente máxima por la bobina también se puede encontrar en el apéndice C, siendo su valor:

$$\begin{aligned} I_{Lmáxn} &= \frac{[1 + a(1 - D)] K + D(1 + a)^2(1 - D)^2}{(1 + a)^2(1 - D)^2 K} \frac{V_i}{R_o} \\ &= \frac{[1 + a(1 - D)] K + D(1 + a)^2(1 - D)^2}{(1 + a)^2 [K + D(1 - D)^2]} I_{Lmáxa} \end{aligned} \quad (4.4.12)$$

O usando la expresión 4.4.2:

$$I_{Lmáxn} = \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)^2} \frac{K + K_c}{K} \frac{V_i}{(1 - D)^2 R_o} = \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)^2} \frac{K + K_{cn}}{K + K_{ca}} I_{Lmáxa} \quad (4.4.13)$$

4.4.12. Corriente por el primario $\overline{i_p}$

Puesto que la corriente por el primario es igual a la corriente por la bobina en t_{off} , en MCC, es directa la deducción :

$$\overline{i_p} = D_1 \overline{i_L} = (1-D) \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} \frac{V_i}{R_o} = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)} \frac{V_i}{R_o} \quad (4.4.14)$$

4.4.13. Corriente por el secundario $\overline{i_s}$

La definición del transformador proporciona de forma directa el resultado:

$$\overline{i_s} = a \overline{i_p} = \frac{a[1+a(1-D)]}{(1+a)^2(1-D)} \frac{V_i}{R_o} \quad (4.4.15)$$

4.4.14. Corriente por el diodo $\overline{i_D}$

Por observación de la figura 4.3.4, se concluye que la corriente por el diodo es igual a la corriente por el primario más el secundario, por lo tanto:

$$\overline{i_{Dn}} = \overline{i_p} + \overline{i_s} = (1+a) \overline{i_p} = (1+a) \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)} \frac{V_i}{R_o} = \frac{1+a(1-D)}{1+a} \overline{i_{Da}} \quad (4.4.16)$$

Se puede ampliar el concepto de relación de transformación visto en la ecuación 4.4.9, para relacionar todas la variables vistas hasta ahora obteniendo:

$$\begin{aligned} a' = \frac{1}{G} &= \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} = \frac{V_i}{V_o} = \frac{I_o}{\overline{i_i}} = \frac{1}{1+a(1-D)} \frac{I_o}{\overline{i_L}} = \frac{1-D}{1+a(1-D)} \frac{I_o}{\overline{i_p}} \\ &= \frac{a(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{I_o}{\overline{i_s}} = \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{I_o}{\overline{i_D}} = \frac{K[1+a(1-D)]}{K+K_c} \frac{I_{Lmáx}}{\overline{i_i}} \end{aligned} \quad (4.4.17)$$

4.4.15. Energía máxima en la bobina

Se puede ver la deducción de la energía máxima necesaria en la bobina en el apéndice C. Su valor es:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Lmáxn} &= \frac{\{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2\}^2}{(1+a)^4(1-D)^4} \frac{T}{4K} \frac{V_i^2}{R_o} \\ &= \frac{\{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2\}^2}{(1+a)^4[K + D(1-D)^2]^2} \varepsilon_{Lmáxa} \end{aligned} \quad (4.4.18)$$

O si se usa 4.4.2:

$$\varepsilon_{Lmáxn} = \frac{[1 + a(1 - D)]^2}{(1 + a)^4 (1 - D)^4} \frac{(K + K_c)^2}{K} \frac{T}{4} \frac{V_i^2}{R_o} = \frac{[1 + a(1 - D)]^2}{(1 + a)^4} \left(\frac{K + K_{cn}}{K + K_{ca}} \right)^2 \varepsilon_{Lmáxa} \quad (4.4.19)$$

4.4.16. Conclusiones

Las ecuaciones obtenidas para MCC, muestran que la inclusión del transformador provocará una disminución en la ganancia, y ello lleva asociado una disminución en las corrientes. Esto es significativo para la corriente a través de la bobina del circuito, ya que esto provocará que la energía necesaria en la bobina sea menor, y por tanto, sea más pequeña.

Sin embargo, este análisis, considerando únicamente MCC, sólo es válido para valores muy altos de K , tanto más altos cuanto mayor sea la relación de transformación del transformador que se desea introducir, esto es una consecuencia directa del aumento que provoca el transformador en el parámetro adimensional de carga crítico representado por la ecuación 4.4.2.

En el siguiente apartado se considerarán las consecuencias asociadas al aumento del parámetro adimensional de carga crítico, ya que las curvas del convertidor Elevador-TLP del transformador cambiarán de modo de conducción, reduciéndose rápidamente el rango de ciclo de trabajo D , que mantiene al circuito en modo de conducción continua.

4.5. Estudio gráfico

Como se comprueba en la ecuación 4.4.17, la ganancia es una variable clave, y relaciona las distintas variables del convertidor Elevador-TLP. Por tanto, se analizará gráficamente la ganancia y su evolución con la relación de transformación y el ciclo de trabajo.

La expresión correspondiente al MCC es la ecuación 4.4.5. A continuación se calcula la ecuación correspondiente a MCD sustituyendo la ecuación 4.3.34 en la ecuación 4.3.13:

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1} \\
 &= \frac{\lambda_1 D + \frac{K\lambda_1}{2D} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)}{\frac{K\lambda_1}{2D} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)} \\
 &= \frac{\frac{2D^2}{2D} + \frac{K}{2D} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)}{\frac{K}{2D} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)} \\
 &= \frac{2D^2 + K \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)}{K \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)} \\
 &= \frac{2D^2 + K \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} + 1\right) \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1\right)}{K \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} + 1\right) \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1\right)} \\
 &= \frac{2D^2 \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1\right) + K \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} + 1\right) \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1\right)}{K \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} + 1\right) \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1\right)} \\
 &= \frac{2D^2 \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1\right) + K \left[\left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)^2 - 1^2\right]}{K \left[\left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}\right)^2 - 1^2\right]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2D^2 \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1 \right) + K \left(1 + \frac{4D^2}{K} - 1 \right)}{K \left(1 + \frac{4D^2}{K} - 1 \right)} \\
&= \frac{2D^2 \left(\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1 \right) + K \left(\frac{4D^2}{K} \right)}{K \left(\frac{4D^2}{K} \right)} \\
&= \frac{\sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}} - 1 + 2}{2} \\
&= \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}}{2}
\end{aligned}$$

entonces:

$$G = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}}{2} \quad (4.5.1)$$

Por lo que la curva que representa la ganancia en cualquier estado es:

$$G = \begin{cases} \frac{1+a(1-D)}{(1+a)(1-D)} & \text{si MCC} \\ \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}}{2} & \text{si MCD} \end{cases} \quad (4.5.2)$$

4.5.1. Curva crítica

Esta curva separa los pares de puntos (a, D) correspondientes a MCC, de los correspondientes a MCD, y existe una para cada valor de K . Para adaptar la curva a las distintas gráficas a representar se expresará de tres formas distintas. Estas son:

1. $a_c(D, K)$

2. $D_c(a, K)$

3. $G_c(D, K)$

4.5.1.1. Relación de transformación crítica $a_c(D, K)$

Para calcular $a_c(D, K)$ se usa la condición de criticidad del circuito:

$$K_c = K$$

$$\frac{(1+a)^2}{1+a(1-D)} D(1-D)^2 = K$$

$$(1+a)^2 = \frac{K [1+a(1-D)]}{D(1-D)^2}$$

$$a^2 + 1 + 2a = \frac{K}{D(1-D)^2} + \frac{aK}{D(1-D)}$$

$$a^2 + \left[2 - \frac{K}{D(1-D)}\right] a + \left[1 - \frac{K}{D(1-D)^2}\right] = 0$$

resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$a = \frac{-\left[2 - \frac{K}{D(1-D)}\right] \pm \sqrt{\left[2 - \frac{K}{D(1-D)}\right]^2 - 4\left[1 - \frac{K}{D(1-D)^2}\right]}}{2}$$

$$a = -1 + \frac{K}{2D(1-D)} \pm \sqrt{\left[1 - \frac{K}{2D(1-D)}\right]^2 - \left[1 - \frac{K}{D(1-D)^2}\right]}$$

entonces:

$$\boxed{a_c(D, K) = -1 + \frac{K}{2D(1-D)} \pm \sqrt{\left[1 - \frac{K}{2D(1-D)}\right]^2 - \left[1 - \frac{K}{D(1-D)^2}\right]}} \quad (4.5.3)$$

A continuación se representa dicha función para distintos valores de K :

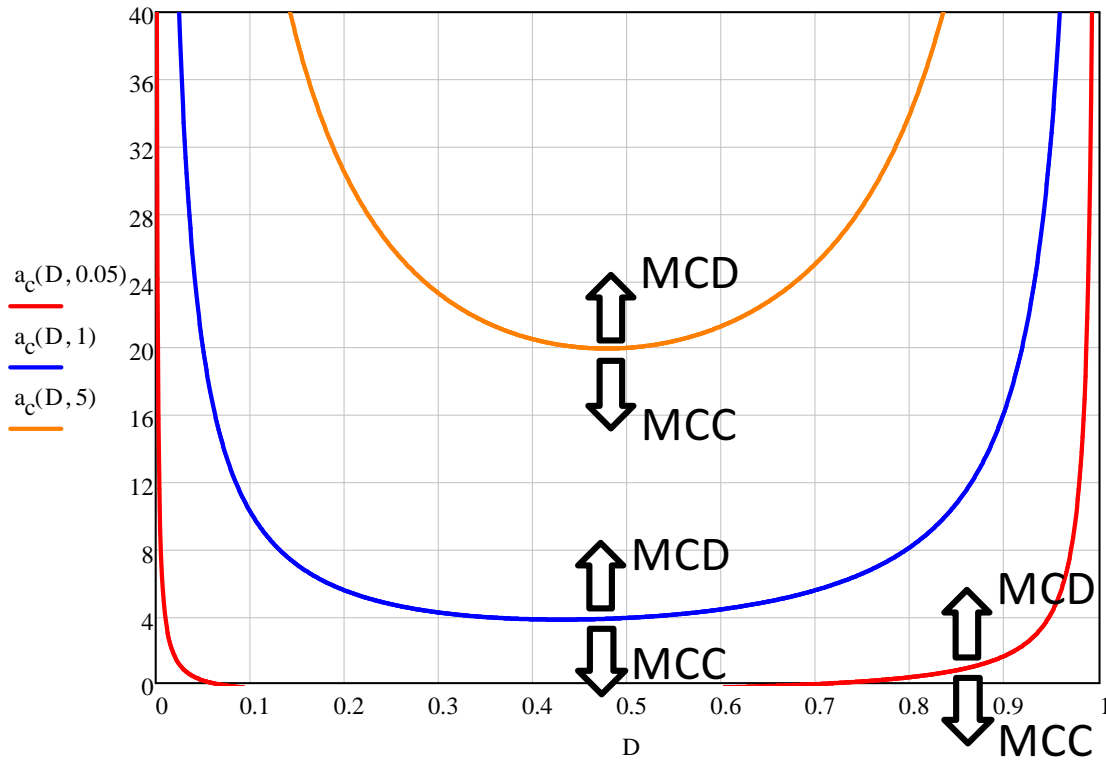


Figura 4.5.1: Relación de transformación crítica en función de D para distintos valores de K .

La figura 4.5.1 muestra que la relación de transformación tiene un valor mínimo cerca del ciclo de trabajo intermedio, aumentando al acercarnos a los extremos. Se observa que el aumento de K , desplaza la curva hacia arriba.

En la gráfica, los puntos por encima de la curva son puntos que proporcionan el estado MCD, en cambio los puntos por debajo de la curva corresponden a puntos en MCC. Se observa que, como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia arriba dejando el punto por debajo de la curva.

Dada la forma de la curva, los valores más altos de K , para permanecer en MCC, corresponden a los valores centrales del ciclo de trabajo, estando los valores extremos en MCC para un gran rango de valores de a .

Finalmente, se puede observar que si el parámetro adimensional de carga es muy pequeño habrá rangos de D , donde ningún valor de relación de trans-

formación producirá el cambio de MCD a MCC.

4.5.1.2. Ciclo de trabajo crítico $D_c(a, K)$

Despejando esta vez D , se puede obtener $D_c(a, K)$:

$$\begin{aligned}
 \frac{(1+a)^2}{1+a(1-D)} D(1-D)^2 &= K \\
 D(1-D)^2 &= [1+a(1-D)] \frac{K}{(1+a)^2} \\
 D(1+D^2-2D) &= \frac{K}{(1+a)^2} + \frac{a(1-D)K}{(1+a)^2} \\
 D+D^3-2D^2 &= \frac{K}{(1+a)^2} + \frac{aK}{(1+a)^2} - \frac{aDK}{(1+a)^2} \\
 D+D^3-2D^2 &= \frac{(1+a)K}{(1+a)^2} - \frac{aDK}{(1+a)^2} \\
 D^3-2D^2 + \left[1 + \frac{aK}{(1+a)^2}\right] D - \frac{K}{1+a} &= 0
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{D^3-2D^2 + \left[1 + \frac{aK}{(1+a)^2}\right] D - \frac{K}{1+a} = 0} \quad (4.5.4)$$

La solución a esta ecuación de tercer grado proporciona la gráfica correspondiente a $D_c(a)$, dicha gráfica tiene la forma de la gráfica de la figura 4.5.1, pero con los ejes permutados, por tanto dicha curva tendrá forma de C.

La solución de esta ecuación no proporcionar una solución simple, así mismo, la información que se obtendría de dicha gráfica se puede deducir de la gráfica de la figura 4.5.1, por lo que se omite la solución a dicha ecuación de tercer grado.

4.5.1.3. Ganancia crítica en función del ciclo de trabajo $G_c(D, K)$

Se obtiene la ganancia crítica en función D y de K sustituyendo 4.5.3 en cualquiera de las dos ecuaciones de la expresión 4.5.2. Puesto que en la expresión en MCD no aparece la relación de transformación, se concluye que la ganancia crítica es precisamente la expresión correspondiente a MCD:

$$G_c(D, K) = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4D^2}{K}}}{2} \quad (4.5.5)$$

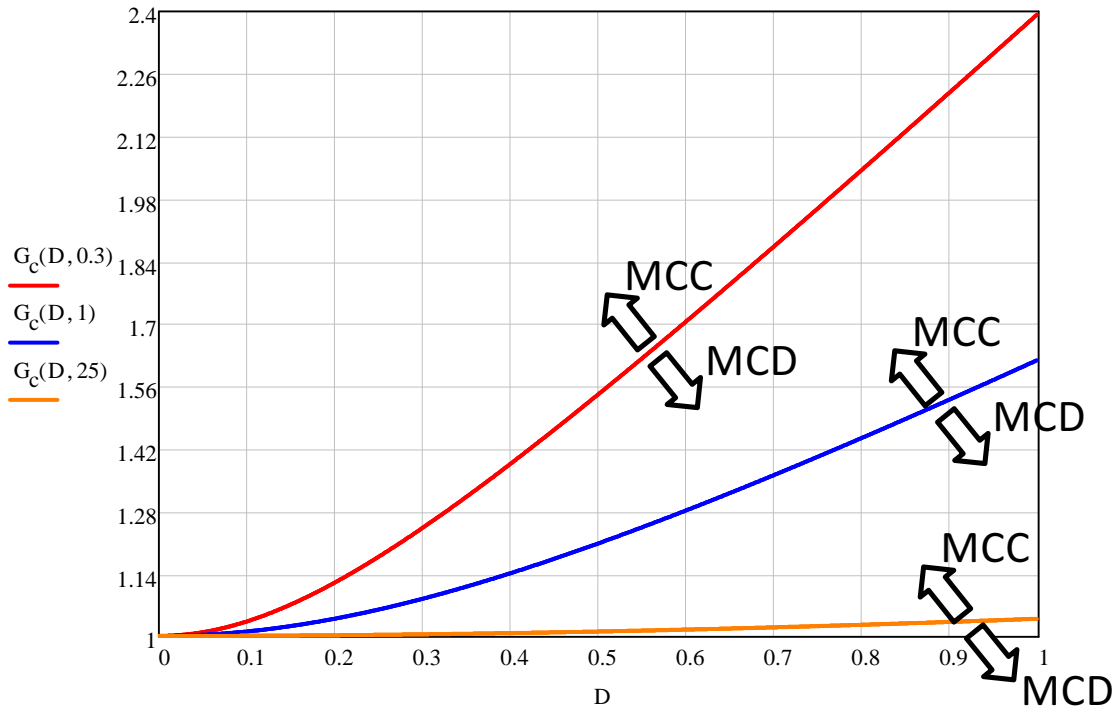


Figura 4.5.2: Ganancia crítica en función de D para distintos valores de K .

La figura 4.5.2 muestra que la ganancia crítica aumenta con el aumento de valores de D . Así mismo, el aumento de K , hace rotar la curva alrededor del punto $(G, D) = (1, 0)$ en sentido horario.

En la gráfica, los puntos por encima de la curva son puntos que proporcionan el estado MCC, en cambio los puntos por debajo de la curva corresponden a puntos en MCD. Se observa que como es de esperar, un circuito en MCD, pasará a modo de MCC al aumentar los valores de K (generalmente L), puesto que la curva se desplazará hacia abajo dejando el punto por encima de la curva.

4.5.2. Análisis de la ganancia

Teniendo en cuenta las ecuaciones 4.5.2, y 4.5.4. La función que se va a estudiar es:

$$G(a, D, K) = \begin{cases} \frac{1+a(1-D)}{(1+a)(1-D)} & \text{si } D \geq D_c(a, K) \\ \frac{1+\sqrt{1+\frac{4D^2}{K}}}{2} & \text{si } D < D_c(a, K) \end{cases} \quad (4.5.6)$$

Para entender mejor la influencia del transformador se analizará inicialmente la curva correspondiente al caso clásico únicamente en MCC, esta curva corresponde a $G(0, D, K) = \frac{1}{1-D}$, supuesto que K es suficientemente grande como para tener MCC en todo el rango de D .

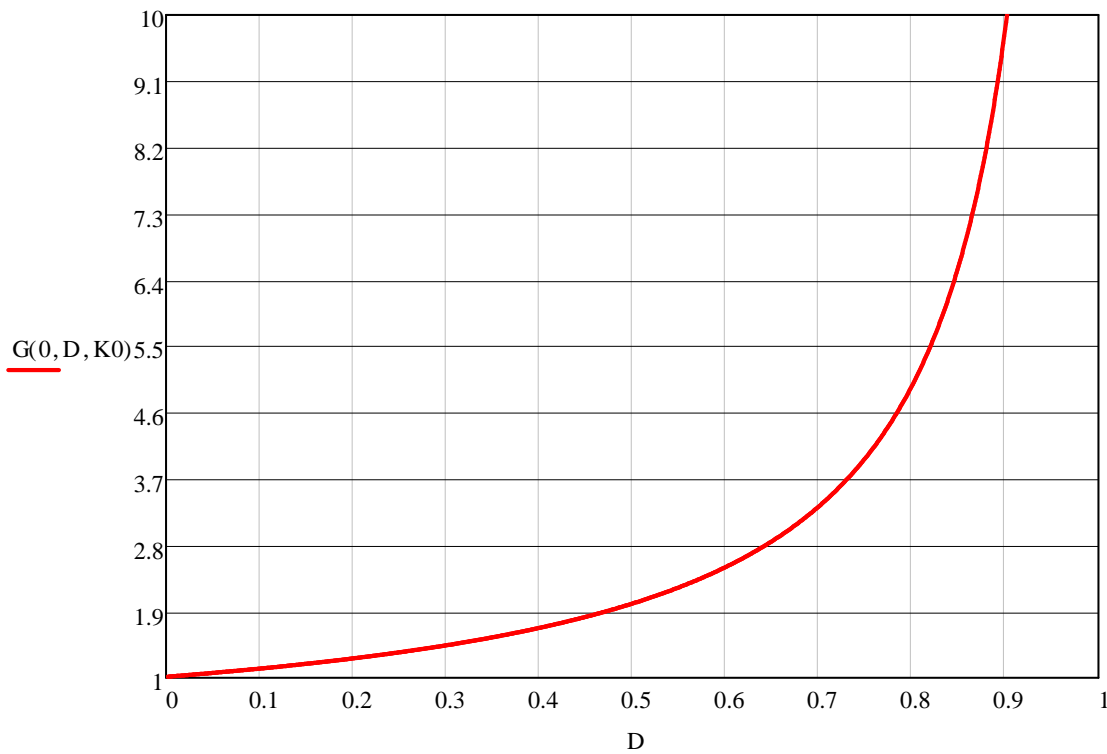


Figura 4.5.3: Ganancia del Elevador clásico en función de D , para MCC en todo el rango de D .

En la figura 4.5.3 se observa que en el Elevador clásico la ganancia aumenta según la expresión $\frac{1}{1-D}$, comenzado por el valor de ganancia 1, para $D = 0$, y aumentado su valor según aumenta el ciclo de trabajo.

Y en la figura 4.5.4 se representan las gráficas para distintos valores de relación de transformación, suponiendo nuevamente que K es suficientemente grande para que todas las curvas estén en MCC todo el rango de D .

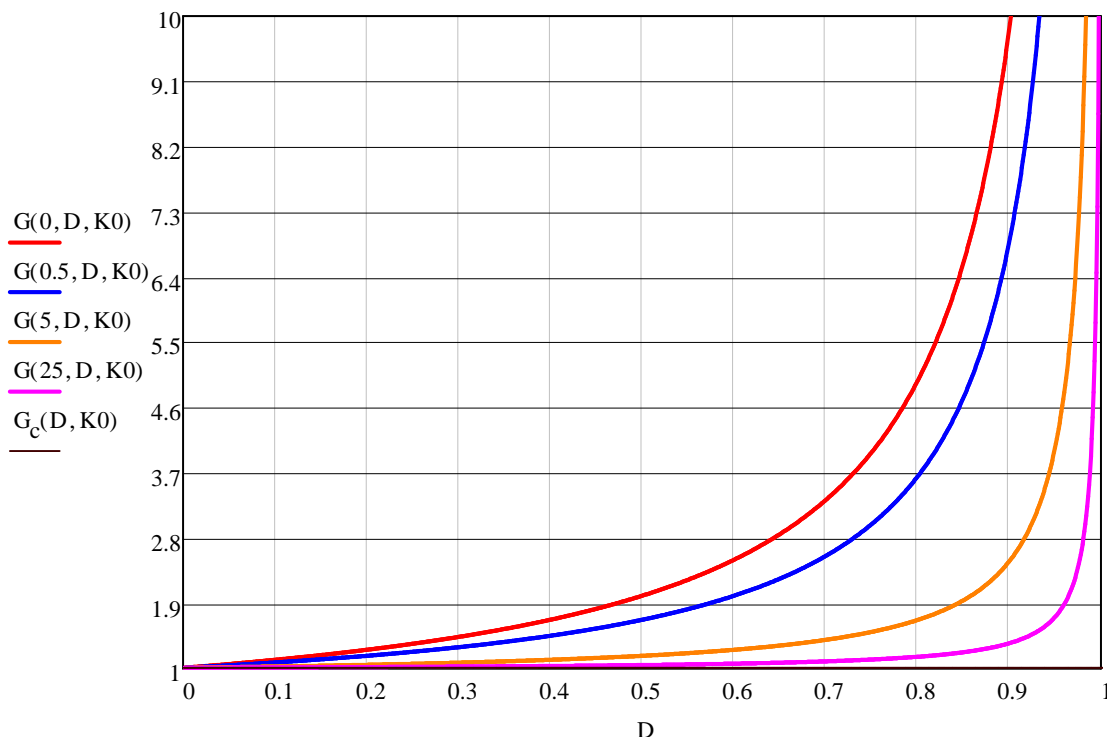


Figura 4.5.4: Ganancia del Elevador clásico y Elevador-TLP en función de D , para MCC en todo el rango de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a .

Las curvas muestran que la introducción del transformador hace que la curva se “estire” hacia la esquina inferior derecha, manteniendo el inicio y el fin de la curva fijos, por tanto, cuanto mayor sea la relación de transformación, más se “estirará” la curva.

La forma de la curva al introducir un transformador, indica que para valores bajos de D , es posible conseguir ganancias cercanas a 1 y más estables para ciclos de trabajo pequeños, ya que la variación de la ganancia con el ciclo de trabajo es menor. En cambio, si el ciclo de trabajo es alto, se producen bruscos cambios de ganancia para pequeños cambios en el ciclo de trabajo, lo que complica el control. Esto indica que el Elevador-TLP es indicado para trabajar con ganancias cercanas a 1 y ciclos de trabajo centrados, pudiendo obtenerse un ciclo de trabajo centrado, ganancias cercanas a 1 y mayor estabilidad en el control del circuito.

Sin embargo, es en este caso de parámetro K muy alto, cuando se obtienen los mayores beneficios al introducir un transformador, puesto que las curvas conservan el modo de conducción continuo en todo el rango, aún a pesar de

que el transformador provoque una fuerte disminución en la corriente por la bobina. No obstante, esto no es una situación habitual, porque significaría que el Elevador clásico que se pretende sustituir está sobredimensionado, y tiene una bobina mucho más grande que la necesaria para un diseño eficiente.

Si se incluye finalmente la posibilidad de cambio de modo de conducción, para ello será necesario utilizar la gráfica de la ganancia crítica correspondiente a la ecuación 4.5.5. Hasta ahora, se había considerado el valor de K , tan alto que la curva crítica estaba muy cerca de la línea horizontal correspondiente a la ganancia unidad, pero como se ve en la figura 4.5.2, al disminuir el valor de K , la curva de ganancia crítica va girando en sentido antihorario, hasta empezar a cortar a las curvas de la ganancia.

A continuación se muestra las curvas para un valor de K suficientemente bajo:

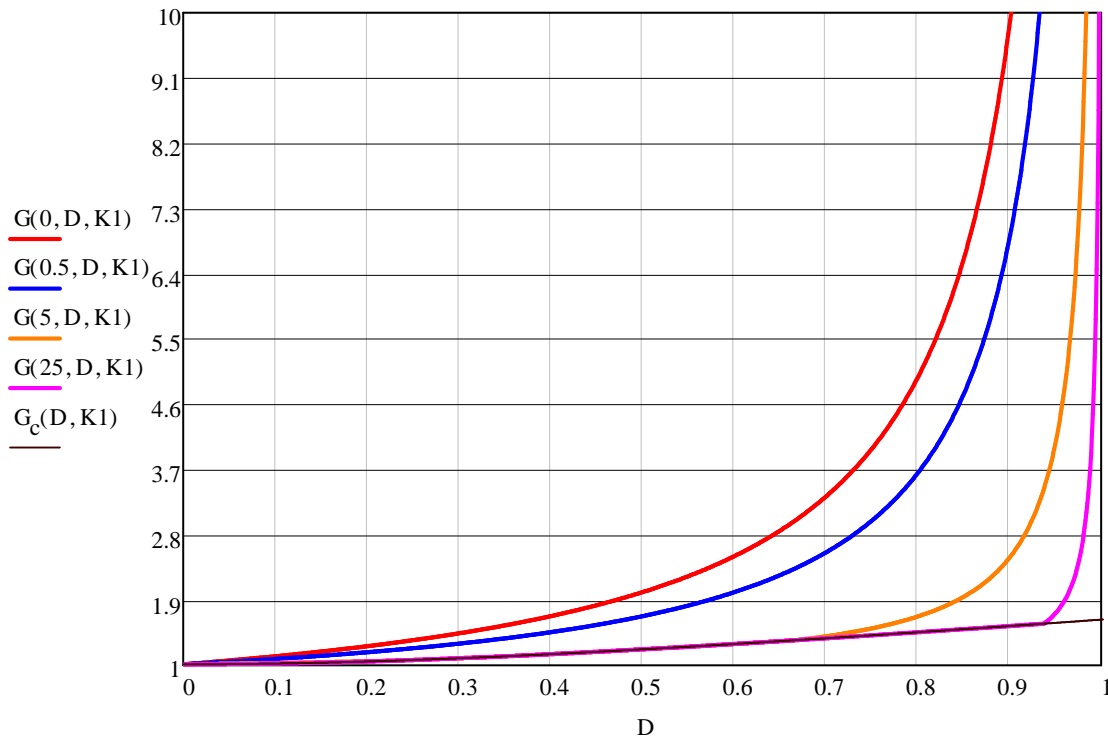


Figura 4.5.5: Ganancia del Elevador clásico y Elevador-TLP en función de D . Se muestran varias curvas para distintos valores de a . El valor de K es suficientemente bajo para que algunas curvas cambien a MCD en algún tramo del rango de D .

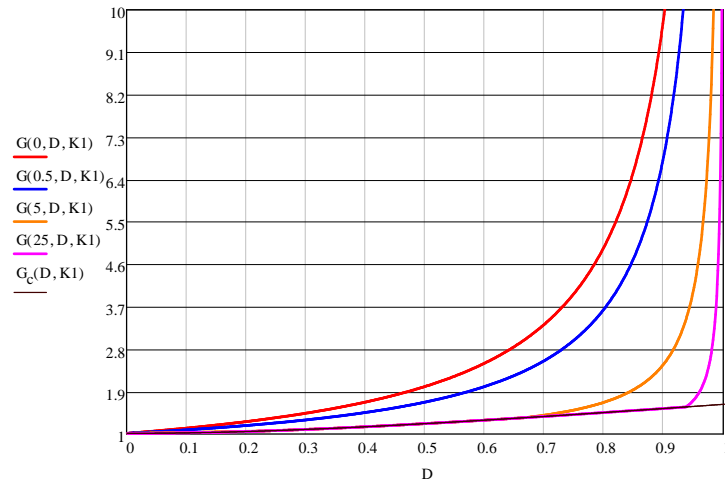
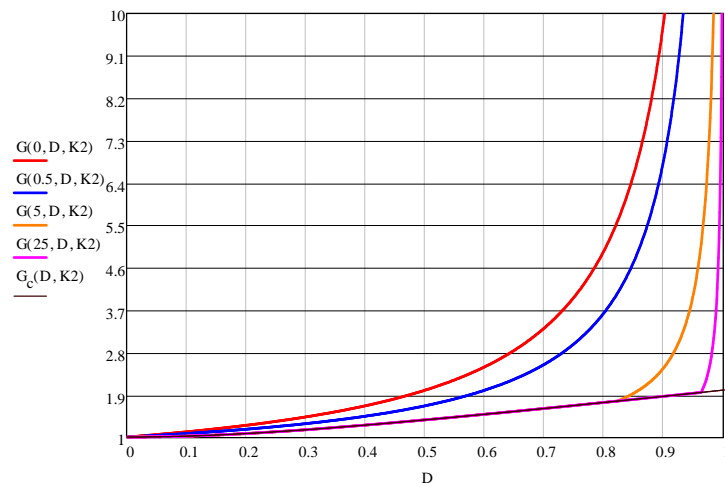
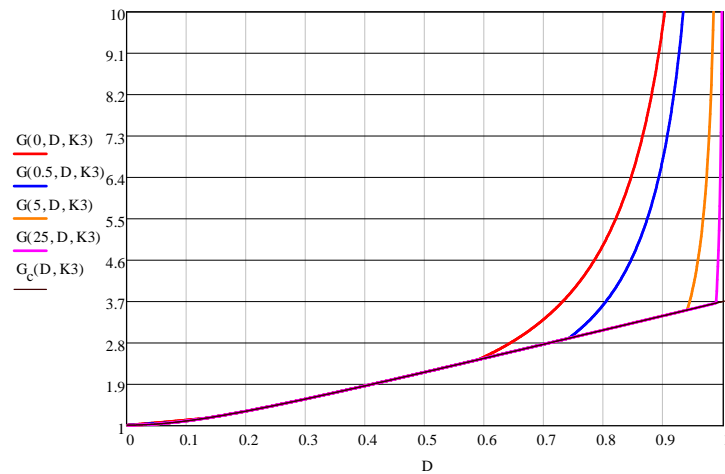
(a) Valor de K alto.(b) Valor de K intermedio.(c) Valor de K bajo.

Figura 4.5.6: Ganancia del Elevador clásico y Elevador-TLP en función de D . Se muestran varias gráficas para distintos valores de K , y para cada gráfica varias curvas para distintos valores de a .

Como se puede ver, las curvas en MCC siguen siendo las mismas, ya que no dependen de K , pero al cortar a la curva crítica, cambian a MCD, y todas pasan a ser iguales independientemente del valor de a . No obstante, es importante señalar, que aunque todas las curvas son iguales en MCD, cada una corta a la curva crítica en un lugar distinto, para un mismo valor de K . Esto implica, que cuanto mayor sea el valor de la relación de transformación, menor será el rango de D en el que el circuito permanece en MCC.

Adicionalmente se observa que el rango de D , siempre está acotado superiormente por 1, e inferiormente por la intersección entre la curva crítica y la curva en MCC.

Como último análisis en la figura 4.5.6, se muestran las gráficas para distintos valores de K que van reduciéndose. Dichas gráficas muestran que según se va reduciendo el valor de K , la curva crítica va rotando alrededor del punto $(G, D) = (1, 0)$, en sentido antihorario, haciendo cambiar de modo de conducción a las curvas que va cortando, hasta empezar a cortar en último lugar, la curva correspondiente al Elevador clásico.

Se observa, que puesto que el transformador estira hacia abajo las curvas, cuanto mayor sea la relación de transformación, antes cortará la curva crítica a la curva en MCC, por tanto, para un mismo valor de K , el circuito Elevador-TLP siempre tendrá menor valor de rango de ciclo de trabajo en MCC.

Así mismo, recordando la gráfica correspondiente a la relación de transformación crítica, correspondiente a la figura 4.5.1, se debe observar, que para valores bajos de ciclo de trabajo la curva sale del MCD, no obstante, para esos valores bajos de ciclo de trabajo, tanto la curva de MCD, como la familia de curvas correspondientes a MCC, son muy similares y de valor muy cercano a 1.

4.6. Diseño de un circuito y simulación en PSIM

En esta sección se usarán las ecuaciones desarrolladas en la sección 4.4 para sustituir un convertidor Elevador por un convertidor Elevador-TLP, así mismo, dicho circuito se analizará mediante su simulación en el programa PSIM.

4.6.1. Ecuaciones de diseño

Se deducen a continuación algunas ecuaciones que resultan útiles para el diseño del Elevador-TLP. A partir de la ecuación 4.4.5:

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)(1 - D)} \\
 (1 + a)(1 - D)G &= 1 + a(1 - D) \\
 (1 - D)G + a(1 - D)G &= 1 + a(1 - D) \\
 a(1 - D)G - a(1 - D) &= 1 - (1 - D)G \\
 a(1 - D)(G - 1) &= 1 - (1 - D)G \\
 a &= \frac{1 - (1 - D)G}{(1 - D)(G - 1)}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{a = \frac{1 - (1 - D)G}{(1 - D)(G - 1)}} \quad (4.6.1)$$

Esta ecuación sólo tiene sentido si $(1 - D)G < 1$, o lo que es lo mismo $D > \frac{G-1}{G}$, ya que en caso contrario se obtendría un valor negativo de relación de transformación, lo que no es posible.

Se considera que aunque para algunas curvas existen dos tramos de D , en MCC, uno para valores bajos de D , y otro para valores altos de D , se elige el de valores altos, puesto que en es el caso para el que hay más diferencia entre un circuito con transformador y sin transformador, en ese caso, el rango de D , para el que el circuito se encuentra en MCC, es $[D_i, 1]$.

Para calcular el valor de K que permite obtener el valor inferior del rango de D deseado, se busca el punto de intersección entre la curva crítica (ecuación 4.5.5) y la curva correspondientes a MCC (ecuación 4.4.5):

$$\begin{aligned}
\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)(1-D_i)} &= \frac{1+\sqrt{1+\frac{4D_i^2}{K}}}{2} \\
\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)(1-D_i)} &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{D_i^2}{K_i}} + \frac{1}{2} \\
\left[\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)(1-D_i)} - \frac{1}{2} \right]^2 &= \frac{1}{4} + \frac{D_i^2}{K_i} \\
\left[\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)(1-D_i)} \right]^2 + \frac{1}{4} - \frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)(1-D_i)} &= \frac{1}{4} + \frac{D_i^2}{K_i} \\
\left[\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)(1-D_i)} \right]^2 - \frac{1+a(1-D_i)(1+a)(1-D_i)}{[(1+a)(1-D_i)]^2} &= \frac{D_i^2}{K} \\
\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)^2(1-D_i)^2} [1+a(1-D_i) - (1+a)(1-D_i)] &= \frac{D_i^2}{K_i} \\
\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i^2} [1+a-aD_i-1+D_i-a+aD_i] &= \frac{1}{K_i} \\
\frac{1+a(1-D_i)}{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i^2} [D_i] &= \frac{1}{K_i} \\
K_i &= \frac{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i}{1+a(1-D_i)}
\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{K_i = \frac{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i}{1+a(1-D_i)}} \quad (4.6.2)$$

Se puede observar que haciendo $a = 0$, se obtiene la curva correspondiente al caso clásico:

$$K_i = (1-D_i)^2 D_i \quad (4.6.3)$$

A continuación se representa la curva correspondiente al caso propuesto:

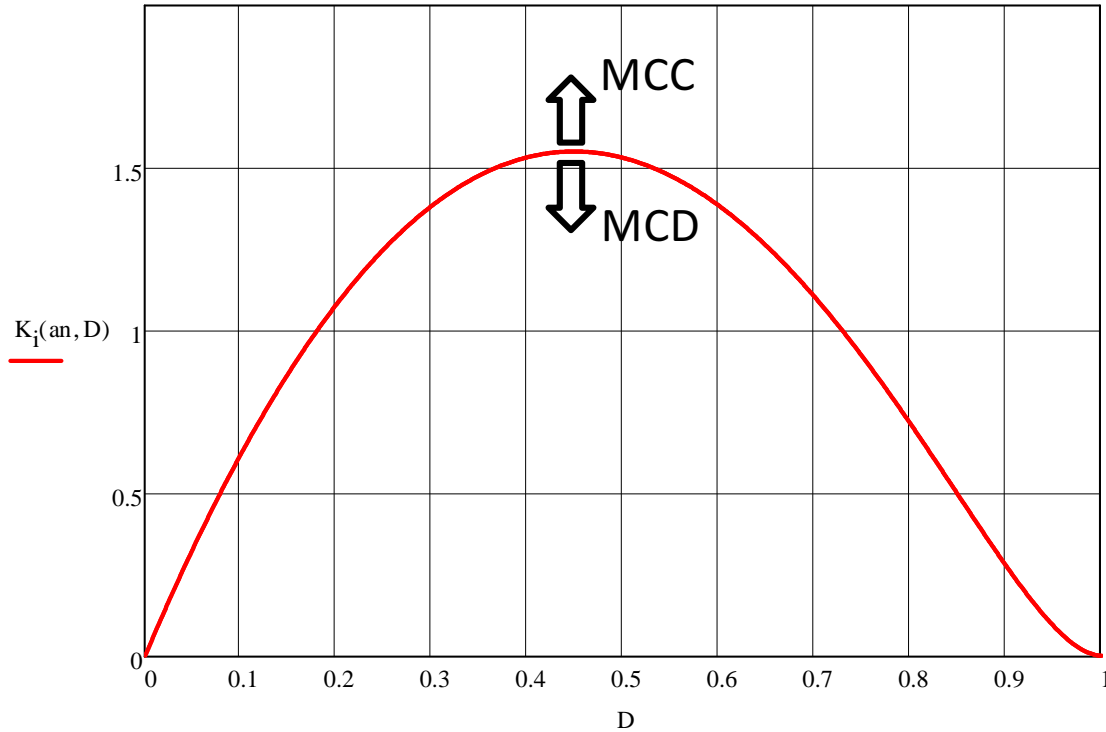


Figura 4.6.1: Curva de valores del parámetro adimensional de carga que proporciona un determinado rango de ciclo de trabajo D en MCC.

Esta curva por debajo de su máximo proporciona dos rangos de D en los que el circuito está en MCC, estos son, desde 0 hasta el primer punto de corte, y desde el segundo punto de corte hasta 1, pero dichos rangos se unen si se selecciona justo el máximo, esto significa que justo para el máximo tenemos todo el rango de D en MCC.

Como se observa en la figura 4.5.6, para valores bajos de K , la curva de ganancia crítica corta a la curva de la ganancia con lo que no se obtiene todo el rango de D en MCC, si el valor de K sigue aumentando, la curva de ganancia crítica gira hasta que es tangente a la curva de la ganancia, es precisamente en dicho punto donde se obtiene todo el rango de D en MCC, y su valor se obtiene igualando la derivada de K_i , a cero. Por un lado, su derivada es:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K_i}{\partial D_i} &= \frac{\partial \left[\frac{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i}{1+a(1-D_i)} \right]}{\partial D_i} \\
&= \frac{(1+3D_i^2-4D_i)(1+a-aD_i) + (D_i+D_i^3-2D_i^2)a}{(1+a-aD_i)^2} \\
&= \frac{(1+3D_i^2-4D_i)(1+a-aD_i) + (D_i+D_i^3-2D_i^2)a}{(1+a-aD_i)^2}
\end{aligned}$$

entonces, igualando la derivada a cero:

$$\begin{aligned}
\frac{(1+3D_0^2-4D_0)(1+a-aD_0) + (D_0+D_0^3-2D_0^2)a}{(1+a-aD_0)^2} &= 0 \\
(1+3D_0^2-4D_0)(1+a-aD_0) + (D_0+D_0^3-2D_0^2)a &= 0 \\
-2aD_0^3 + (3+5a)D_0^2 - 4(1+a)D_0 + (1+a) &= 0
\end{aligned}$$

Una de las tres soluciones de esta ecuación de tercer grado se encuentra en el rango de ciclo de trabajo válido, resolviendo dicha ecuación computacionalmente usando Mathcad, se obtiene la solución:

$$D_0 = \frac{3(1+a) - \sqrt{(1+a)(9+a)}}{4a} \quad (4.6.4)$$

Dicho valor, corresponde al valor de D , que corresponde al máximo de la curva de la ecuación 4.6.1, o lo que es lo mismo, es el punto de tangencia entre la ganancia crítica y la curva correspondiente a MCC, esto se traduce, en que es el punto para el cual el rango inferior de ciclo de trabajo en MCC se une con el rango superior, proporcionando por tanto todo el rango de ciclo de trabajo en MCC.

Si este valor se sustituye en la ecuación 4.6.2, se obtiene el parámetro de carga adimensional que permite todo el rango de ciclo de trabajo en MCC, y todos los valores por encima de este valor de parámetro de carga adimensional proporcionarán todo el rango de ciclo de trabajo en MCC.

Nótese que en el Elevador clásico, también existe un punto de tangencia con las mismas condiciones, este se obtiene haciendo $a = 0$ en la ecuación de tercer grado obtenida para el Elevador-TLP, obteniéndose:

$$3D_0^2 - 4D_0 + 1 = 0$$

Ecuación que proporciona como única solución válida $D_0 = \frac{1}{3}$, siendo $K = \frac{4}{27}$

el valor mínimo que permite que el circuito esté todo el rango de ciclo de trabajo en MCC.

Las expresiones correspondientes al Elevador clásico y el Elevador-TLP se han representado en la figura 4.6.2:

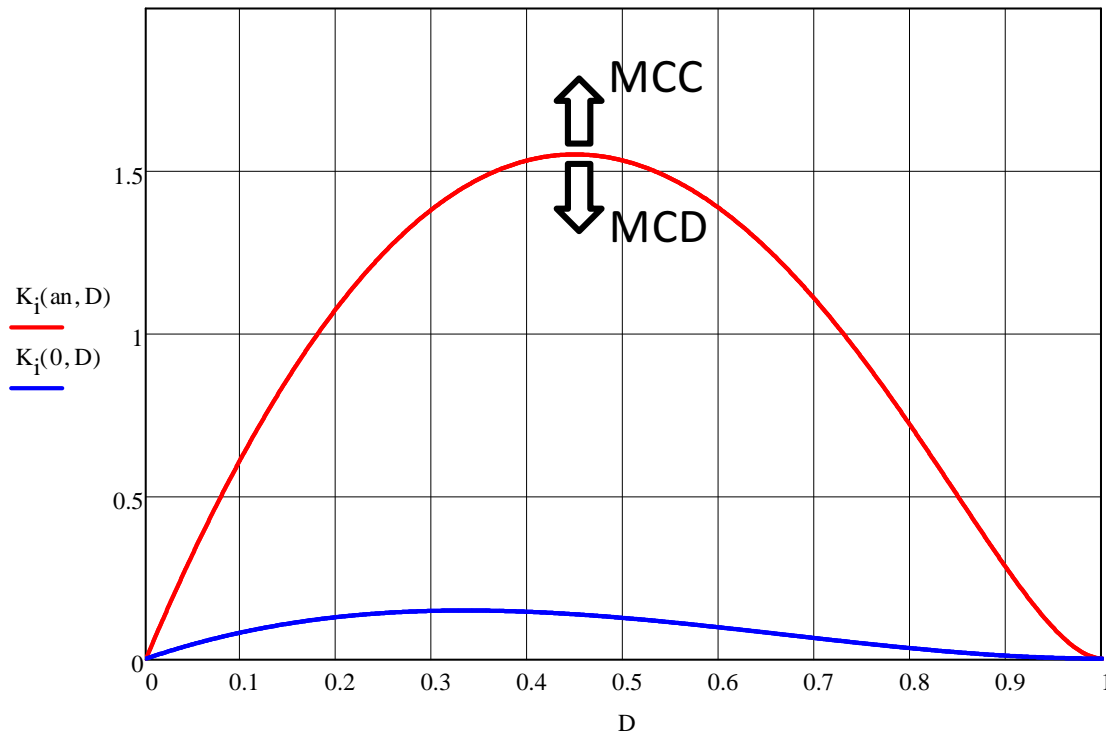


Figura 4.6.2: Diferencia entre el valor de K_i nuevo y clásico para distintos valores de D_i .

Se observa que siempre habrá que aumentar el valor de K_i , para mantener el mismo rango que en el Elevador clásico, y que ese aumento es mayor para valores centrales de D_i .

Por otro lado, comparando la energía máxima en una bobina del Elevador clásico, con la de la bobina en el Elevador-TLP, con las mismas condiciones; usando la definición de energía en la bobina y las ecuaciones 4.3.35 y 4.4.12, se obtiene que:

$$\begin{aligned}
\eta_{\varepsilon L} &= \frac{\frac{1}{2} L_n (I_{Lmáxn})^2}{\frac{1}{2} L_a (I_{Lmáxa})^2} \\
&= \frac{\frac{R_{on}}{2f_n} K_n \left\{ \frac{1+a(1-D_n)}{(1+a)^2} \frac{K_n+K_{cn}}{K_n} \frac{V_{in}}{(1-D_n)^2 R_{on}} \right\}^2}{\frac{R_{oa}}{2f_a} K_a \left(\frac{K_a+K_{ca}}{K_a} \frac{D_a V_{ia}}{(1-D_a)^2 R_{oa}} \right)^2} \\
&= \frac{\frac{[1+a(1-D_n)]^2}{(1+a)^4} \frac{R_{on} K_n (K_n+K_{cn})^2 V_{in}^2}{2f_n K_n^2 R_{on}^2 (1-D_n)^4}}{\frac{R_{oa} K_a (K_a+K_{ca})^2 V_{ia}^2}{2f_a K_a^2 R_{oa}^2 (1-D_a)^4}} \\
&= \frac{[1+a(1-D_n)]^2}{(1+a)^4} \frac{f_a K_a R_{oa}}{f_n K_n R_{on}} \left(\frac{K_n+K_{cn}}{K_a+K_{ca}} \right)^2 \left(\frac{1-D_a}{1-D_n} \right)^4 \left(\frac{V_{in}}{V_{ia}} \right)^2
\end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{\eta_{\varepsilon L} = \frac{[1+a(1-D_n)]^2}{(1+a)^4} \frac{f_a K_a R_{oa}}{f_n K_n R_{on}} \left(\frac{K_n+K_{cn}}{K_a+K_{ca}} \right)^2 \left(\frac{1-D_a}{1-D_n} \right)^4 \left(\frac{V_{in}}{V_{ia}} \right)^2} \quad (4.6.5)$$

Esta expresión compara el Elevador clásico con el Elevador-TLP mientras ambos estén en MCC.

4.6.2. Pasos para la sustitución de un Elevador clásico por un Elevador-TLP

A continuación se describen los pasos que se deben seguir para sustituir un Elevador clásico que se encuentra en el punto crítico por el Elevador-TLP.

- Se determinan cuales son las condiciones de diseño V_i , V_o y R_o . Por lo que

$$G = \frac{V_o}{V_i}$$

- Se elige un ciclo de trabajo, teniendo en cuenta que sólo es posible elegir $D > \frac{G-1}{G}$.

- La relación de transformación que permite ese ciclo de trabajo es:

$$a = \frac{1 - (1-D)G}{(1-D)(G-1)} \quad (4.6.6)$$

- Se elige el valor de D_i :

- Si se elige el punto tangente $D_i = D_0 = \frac{3(1+a) - \sqrt{(1+a)(9+a)}}{4a}$, se conseguirá todo el rango de D en MCC.

- Si se elige $D_i > D_0$, se está eligiendo un valor inferior de ciclo de trabajo D_i , de modo que el rango de D que se obtendrá es $[D_i, 1]$.

- El valor de K_i que lo proporciona:

$$K_i = \frac{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i}{1+a(1-D_i)}$$

- Ese valor de K se puede obtener variando L , f o R_o , aunque lo habitual es que se cambie L , por lo que el valor de inductancia, que proporciona ese rango de D es:

$$L = \frac{R_o}{2f} K_i \quad (4.6.7)$$

- Finalmente, calculando la corriente de salida por medio de la ley de Ohm, se puede usar la ecuación 4.4.17 para calcular el resto de variables.

4.6.3. Caso de estudio

Se pretende sustituir un Elevador clásico con un valor de ganancia muy cercano a la unidad, que provoca un ciclo de trabajo bajo, por un Elevador-TLP con un valor de ciclo de trabajo centrado. Las condiciones iniciales del circuito son:

- $V_i = 350V$
- $V_o = 400V$
- $R_o = 20\Omega$
- $f_a = f_n = 100kHz$

La ganancia necesaria para este circuito es:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{400}{350} = 1,143$$

El Elevador clásico necesita un ciclo de trabajo $D = 0,125$, que es un valor demasiado cercano a 0. Se usará el Elevador-TLP para mejorar las condiciones de ciclo de trabajo.

- Las condiciones de diseño son: $V_i = 350V$, $V_o = 400V$ y $R_o = 20\Omega$.

- Se elige $D = 0,5$.
- La relación de transformación que permite ese ciclo de trabajo es:

$$a = \frac{1 - (1 - D) G}{(1 - D) (G - 1)} = 6$$

- Se elige el valor de $D_i = D_0$, para tener todo el rango de ciclo de trabajo en MCC:

$$D_0 = \frac{3(1+a) - \sqrt{(1+a)(9+a)}}{4a} = 0,448$$

- Por tanto, el valor de lo que el valor de parámetro adimensional correspondientes es:

$$K_i = \frac{(1+a)^2(1-D_i)^2 D_i}{1+a(1-D_i)} = 1,551$$

- Se usa dicho parámetro para calcular la nueva inductancia necesaria para estar en el punto crítico:

$$L_c = \frac{R_o}{2f} K_i = 155,122 \mu H$$

- La corriente de salida es:

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} = 20A$$

- Usando la ecuación 4.4.17:

$$a' = \frac{1}{G} = 0,875$$

$$\bar{i}_i = \frac{I_o}{a'} = 22,857A$$

$$\bar{i}_L = \frac{I_o}{a' [1 + a(1 - D)]} = 5,714A$$

$$\Delta i_{Ln} = \frac{2DV_i}{KR_o} = 11,281A$$

$$I_{Lmáx} = \frac{a'(K + K_c)}{K [1 + a(1 - D)]} I_i = 9,936A$$

$$\bar{i}_p = \frac{1 - D}{1 + a(1 - D)} \frac{I_o}{a'} = 2,857A$$

$$\bar{i}_s = \frac{a(1 - D)}{1 + a(1 - D)} \frac{I_o}{a'} = 17,143A$$

$$\bar{i}_D = \frac{(1 + a)(1 - D)}{1 + a(1 - D)} \frac{I_o}{a'} = 20A$$

- Finalmente la definición de energía en la bobina permite obtener la energía máxima:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} L (I_{Lmáx})^2 = 7,657mJ$$

La siguiente tabla muestra una comparativa de las variables calculadas para ambos circuitos (se selecciona las variables clásicas de tal manera que también se obtiene todo el ciclo de trabajo en MCC):

	Elevador Clásico	Elevador-TLP
V_i	350V	350V
V_o	400V	400V
R_o	20Ω	20Ω
D	0,125	0,5
$[D_i, D_s]_{MCC}$	[0, 1]	[0, 1]
a	-	6
f	100kHz	100kHz
L	14,815μH	155,122μH
a'	0,875	0,875
I_o	20A	20A
\bar{i}_i	22,875A	22,875A
\bar{i}_L	22,875A	5,714A
Δi_L	29,531A	11,281A
$I_{Lmáx}$	32,92A	9,936A
\bar{i}_p	—	2,857A
\bar{i}_s	—	17,143A
\bar{i}_D	20A	20A
ε_L	8,028mJ	7,657mJ

Se observa que los principales cambios se encuentran en una gran disminución de la corriente media por la bobina y de la variación de la corriente, y que en contrapartida es necesaria una inductancia mayor para mantener el mismo rango de D .

La disminución de la corriente media, provoca que para mantener el circuito en MCC sea necesaria una inductancia mucho mayor, que haga las pendientes de la corriente menos acusadas, consiguiéndose una curva con menos corriente media, y menos variación en la corriente.

Adicionalmente, se comprueba que la inductancia necesaria para mantener el circuito en MCC en el Elevador-TLP es mucho mayor que la necesaria en el Elevador clásico, no obstante, el cálculo energético muestra que el aumento de L necesario para mantener el mismo rango de D , se ve compensando por la disminución en la corriente, obteniéndose un valor energético similar al Elevador clásico, aunque ligeramente menor.

4.6.4. Simulación en PSIM

Finalmente se va a verificar los resultados obtenidos teóricamente en la sección anterior mediante la simulación en PSIM.

4.6.4.1. Régimen permanente

En este apartado se analizan los resultados de la simulación para el funcionamiento en régimen permanente del Elevador-TLP y el Elevador clásico. A continuación se muestran los resultados numéricos y las conclusiones, pudiendo encontrarse las gráficas correspondientes al final de este apartado.

Tensión de salida

Para este análisis se debe tener en cuenta que el condensador usado en ambos circuitos tiene una capacidad $C = 100\mu F$.

La media obtenida para la tensión de salida es:

Elevador-TLP (V)		Elevador Clásico (V)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
399,8	400	399,8	400

De la figura 4.6.3 se extraen las siguientes conclusiones:

- Se ha conseguido la misma tensión de salida media en ambos circuitos.
- La tensión media de salida del Elevador-TLP es 400V, como se calculó teóricamente.

- La tensión media de salida del Elevador clásico es $400V$, como se calculó teóricamente.
- La tensión de salida del Elevador-TLP, tiene un rizado mayor que el Elevador clásico, por lo que para mantener el rizado haría falta un condensador mayor.

Corriente por la bobina

La media obtenida para la corriente por la bobina es:

Elevador-TLP (A)		Elevador Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
5,700	5,714	22,846	22,875

De la figura 4.6.4 se extraen las siguientes conclusiones:

- Ambos circuitos se encuentra en modo de conducción continua.
- La corriente media por la bobina del Elevador-TLP es $5,714A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por la bobina del Elevador clásico es $22,875A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente por la bobina en el Elevador-TLP, es menor que en el Elevador clásico.
- La corriente por la bobina en el Elevador-TLP, es más lineal que en el Elevador clásico.
- La corriente por la bobina en el Elevador-TLP tiene el ciclo de trabajo totalmente centrado, como se seleccionó durante su diseño.
- La corriente por la bobina en el Elevador clásico, es muy asimétrica.

Corriente por el condensador

Aunque no se ha calculado teóricamente, a continuación se muestra la corriente por el condensador teniendo en cuenta que para ambos circuitos $C = 100\mu F$.

La media obtenida para la corriente por el condensador es:

Elevador-TLP (A)		Elevador Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
22,426	—	9,491	—

De la figura 4.6.5 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente por el condensador en el Elevador-TLP, tiene un rizado mayor que en el Elevador clásico.
- La corriente por el condensador en el Elevador-TLP presenta saltos.
- La corriente por el condensador en el Elevador-TLP, es mucho mayor que en el Elevador clásico.

Corriente por el diodo

La media obtenida para la corriente por el diodo es:

Elevador-TLP (A)		Elevador Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
20,003	20	19,999	20

De la figura 4.6.6 se extraen las siguientes conclusiones:

- La corriente media por el diodo del Elevador-TLP es $20A$, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el diodo del Elevador clásico es $20A$, como se calculó teóricamente.
- Ambos circuitos conducen únicamente en t_{off} . Compensando el circuito Elevador-TLP la menor fracción de periodo disponible, aumentando la corriente máxima de salida, con lo que se consigue que el área bajo la curva se mantenga constante.

Corriente por el interruptor

En este caso, la corriente por el interruptor, y la corriente de entrada coinciden.

La media obtenida para la corriente por el interruptor es:

Elevador-TLP (A)		Elevador Clásico (A)	
PSIM	Teórico	PSIM	Teórico
2,842	—	2,847	—

De la figura 4.6.7 se extraen las siguientes conclusiones::

- La corriente por el interruptor en el circuito Elevador-TLP es igual que la corriente en el Elevador clásico.
- La corriente por el interruptor en el circuito Elevador-TLP tiene un valor máximo mucho menor, puesto que tiene más fracción de periodo para conseguir la misma área bajo la curva que el Elevador clásico.

Corrientes por la rama del transformador

La media obtenida para la corriente por el primario:

Elevador-TLP (A)	
PSIM	Teórico
2,858	2,857

La media obtenida para la corriente por el secundario:

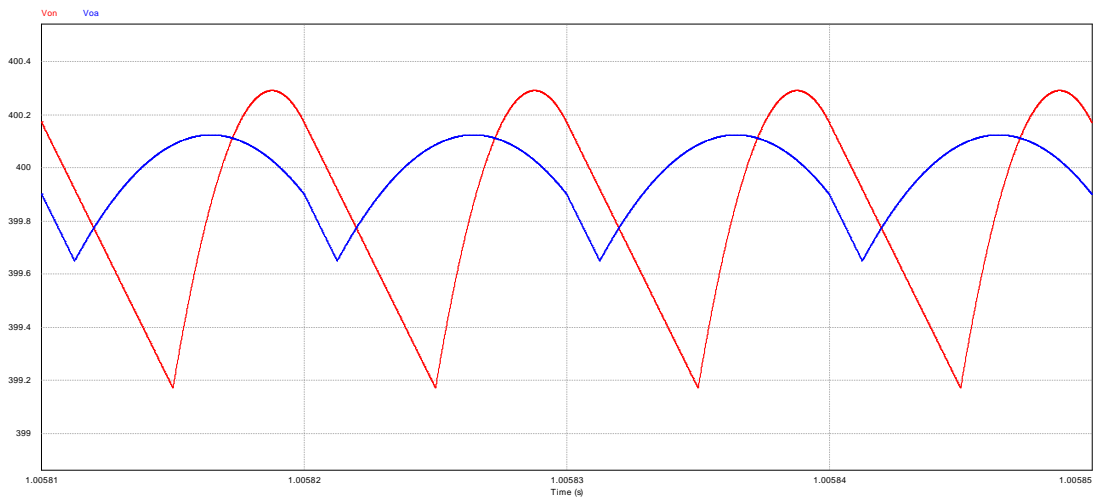
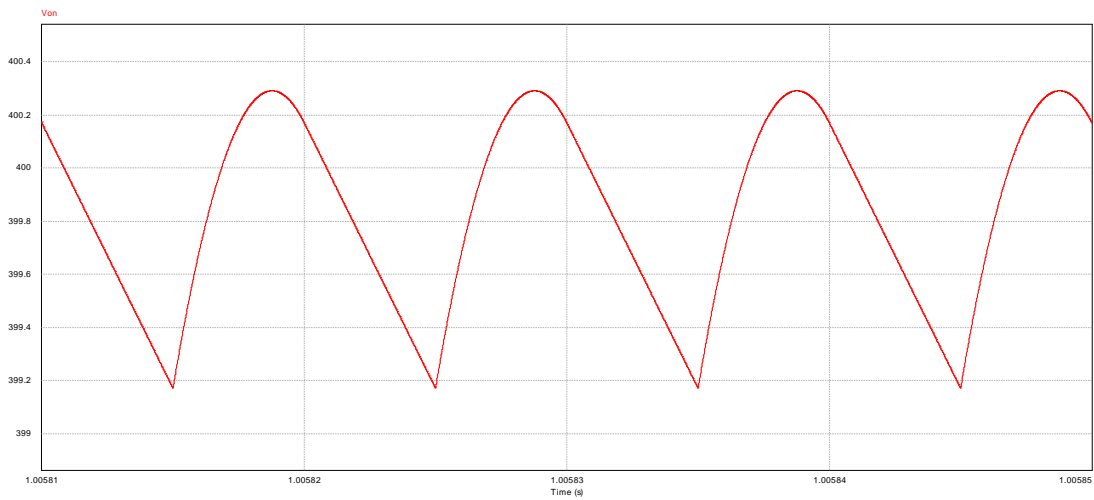
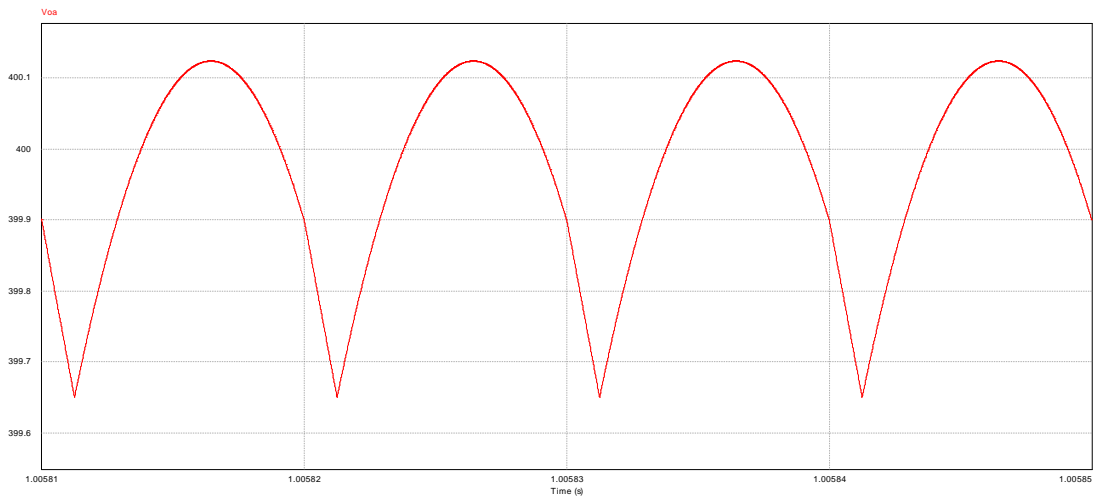
Elevador-TLP (A)	
PSIM	Teórico
17,146	17,143

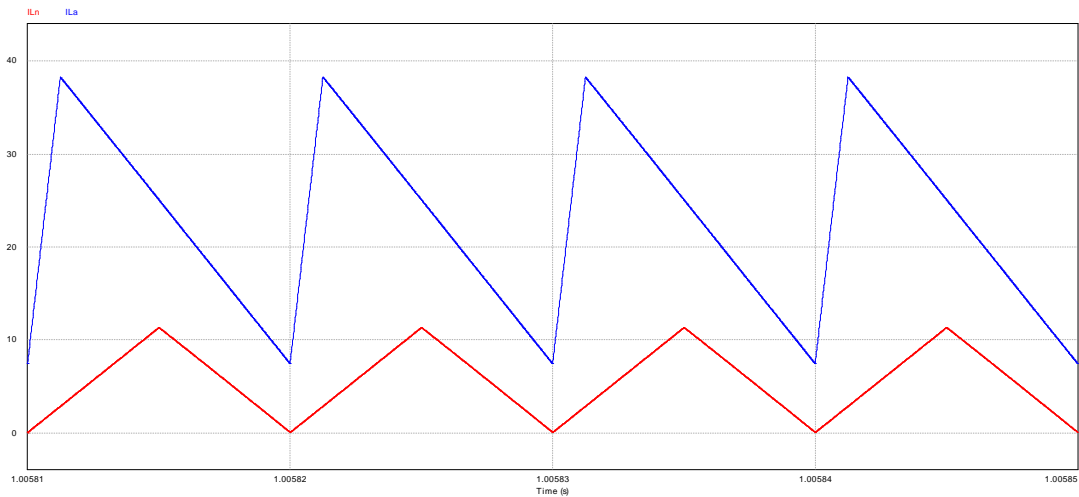
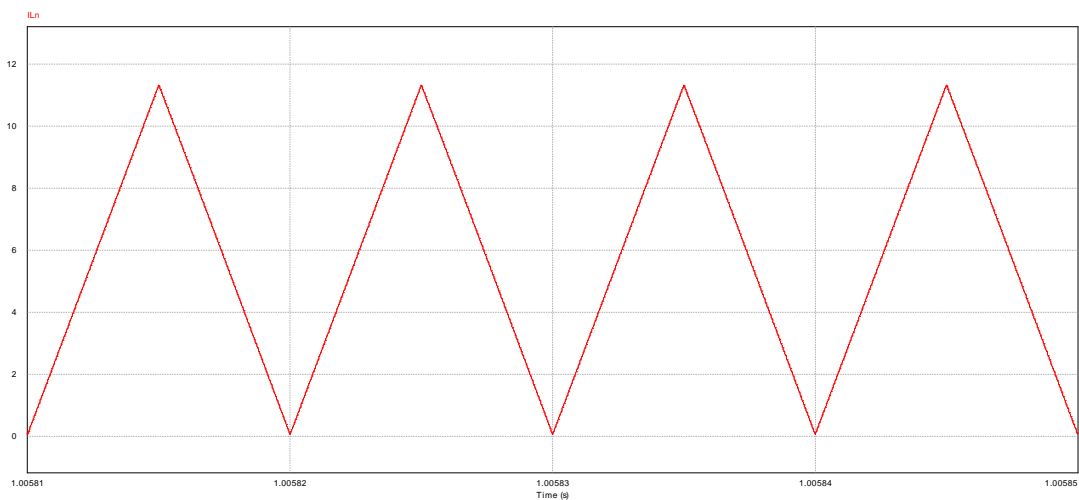
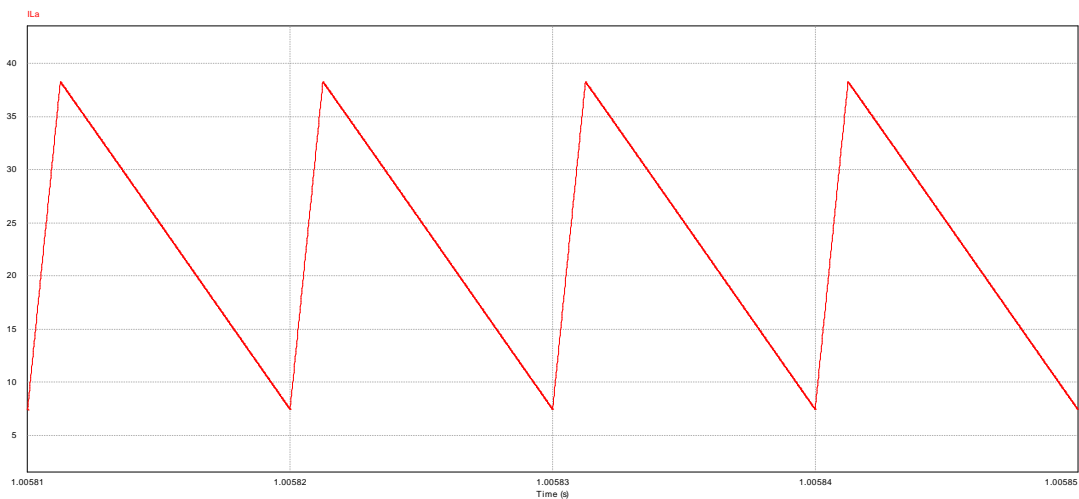
La media obtenida para la corriente por el diodo es:

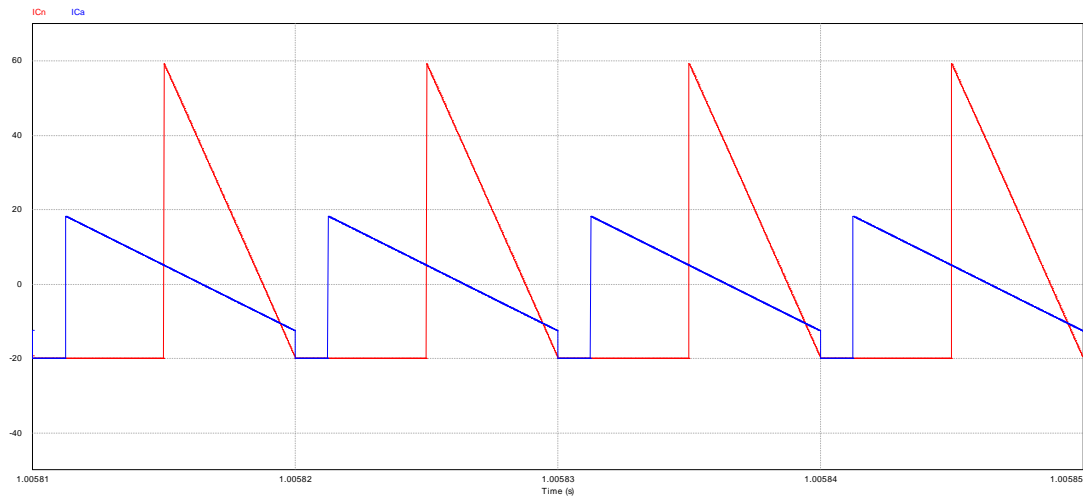
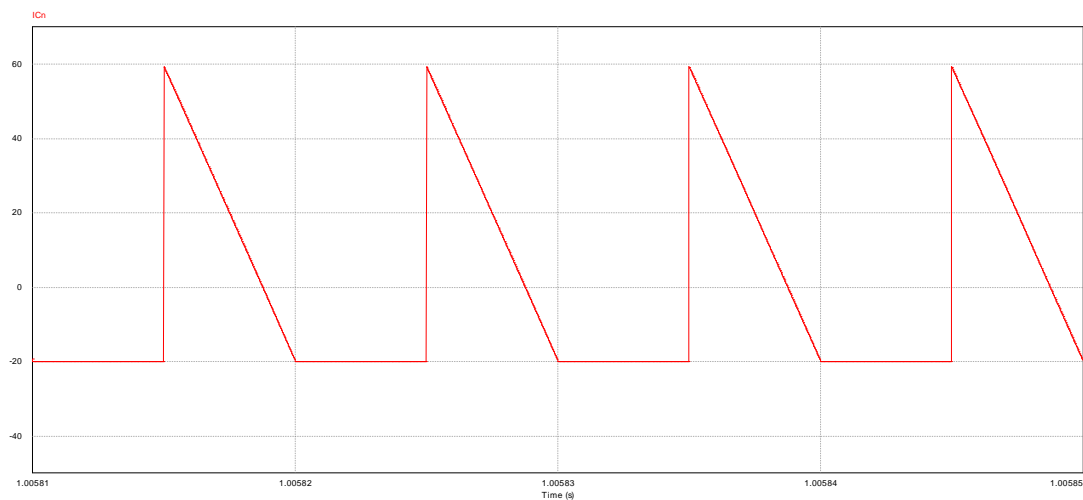
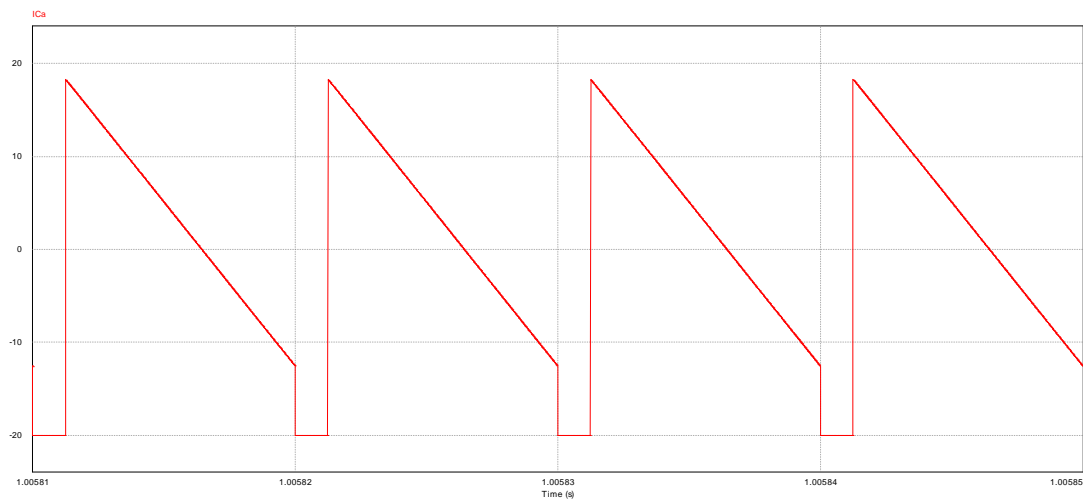
Elevador-TLP (A)	
PSIM	Teórico
20,003	20

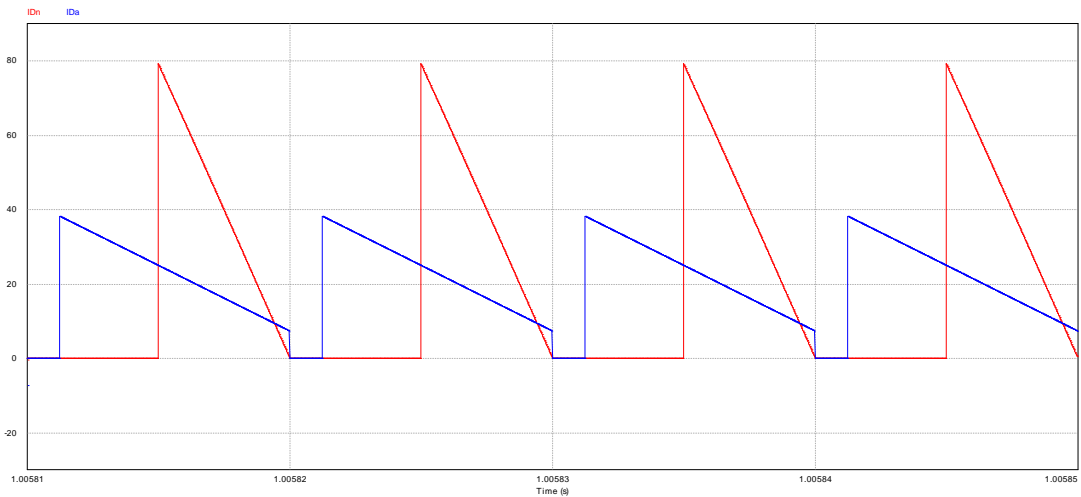
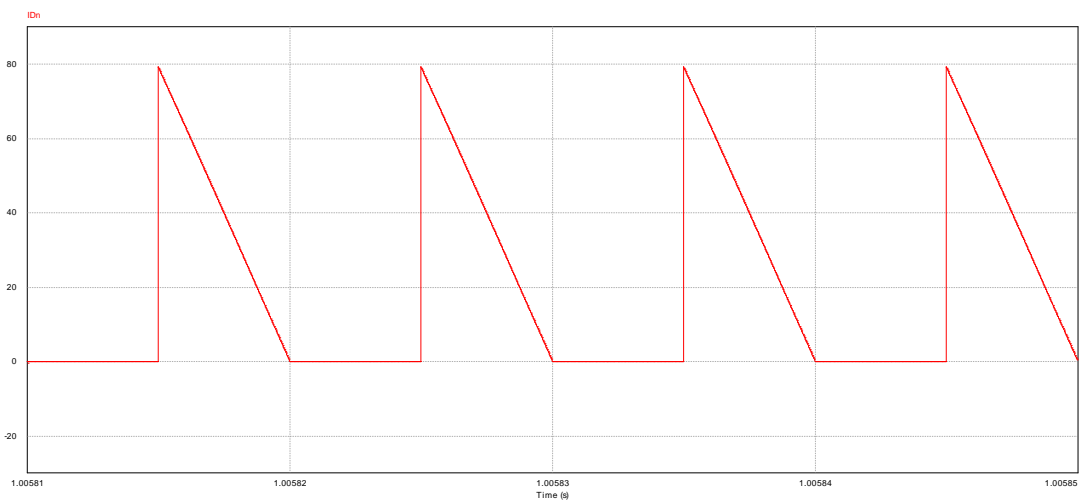
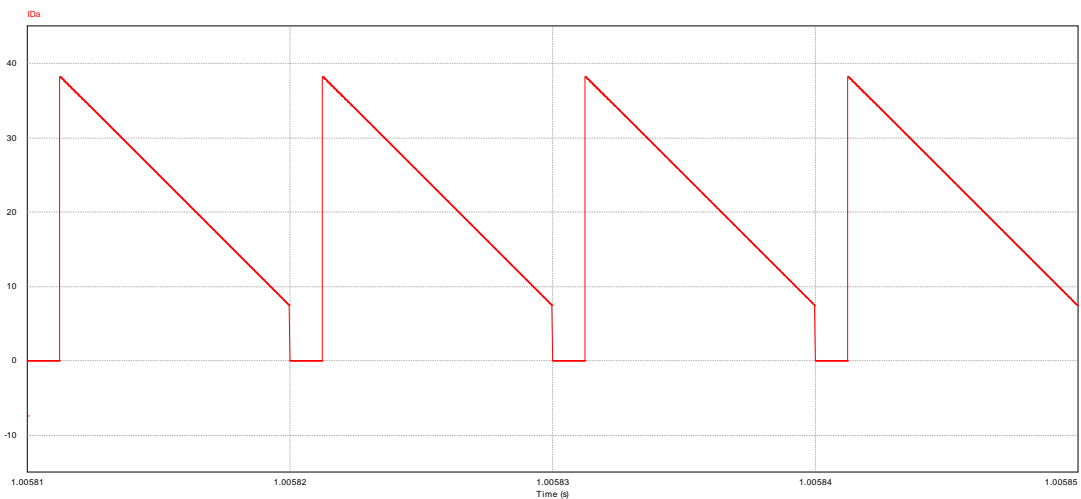
De la figura 4.6.8 se extraen las siguientes conclusiones:

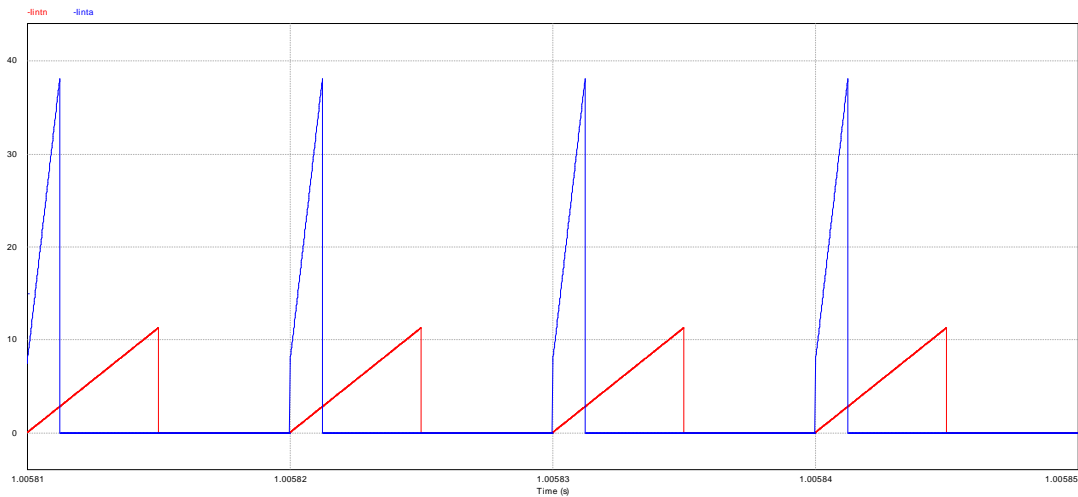
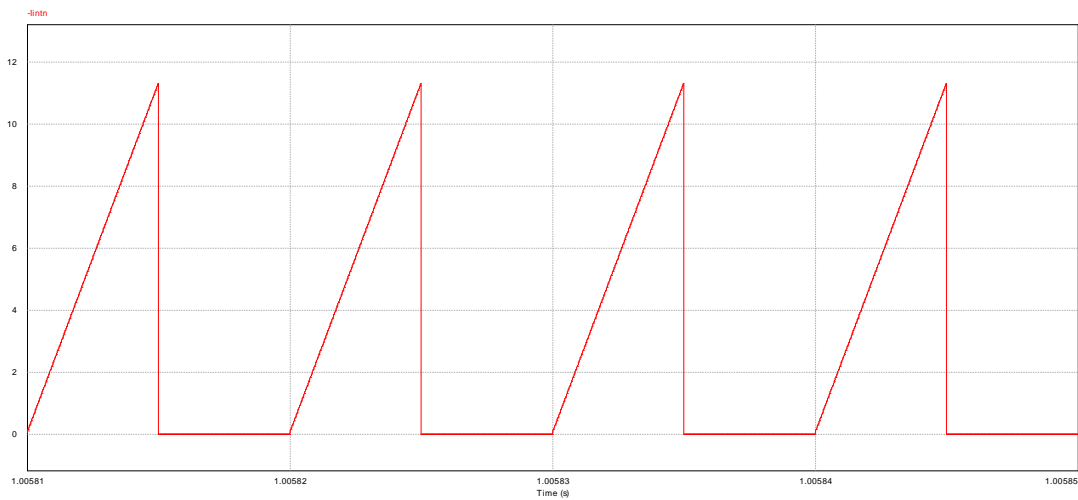
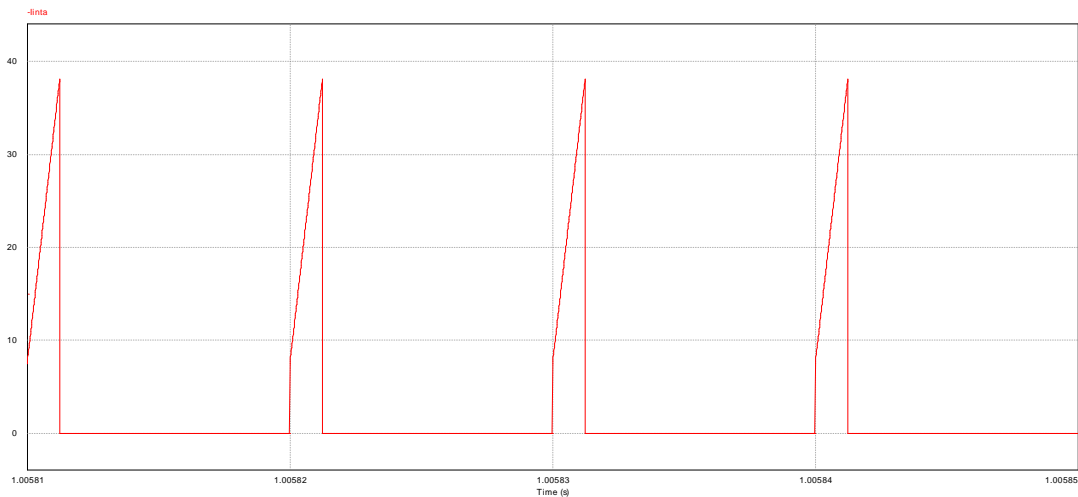
- La corriente media por el primario del Elevador-TLP es 2,857A, como se calculó teóricamente.
- La corriente media por el secundario del Elevador-TLP es 17,143A, como se calculó teóricamente.
- La corriente por el secundario es $a = 6$ veces la corriente por el primario.
- La corriente por el diodo, es la suma de la corriente por el primario y el secundario del transformador.

Tensión de salida*(a) Tensión de salida en los dos circuitos Elevador.**(b) Detalle de la tensión de salida en el Elevador-TLP.**(c) Detalle de la tensión de salida en el Elevador clásico.**Figura 4.6.3: Comparación de tensiones de salida.*

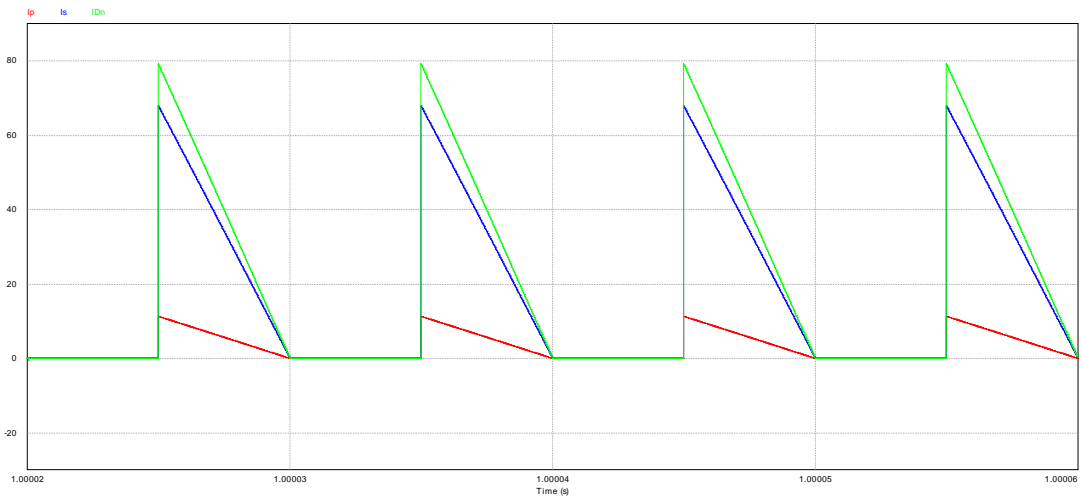
Corriente por la bobina*(a) Corriente por la bobina en los dos circuitos Elevador.**(b) Detalle de corriente por la bobina en el Elevador-TLP.**(c) Detalle de corriente por la bobina en el Elevador clásico.***Figura 4.6.4: Comparación de corrientes por la bobina.**

Corriente por el condensador*(a) Corriente por el condensador en los dos circuitos Elevador.**(b) Detalle de corriente por el condensador en el Elevador-TLP.**(c) Detalle de corriente por el condensador en el Elevador clásico.**Figura 4.6.5: Comparación de corrientes por el condensador.*

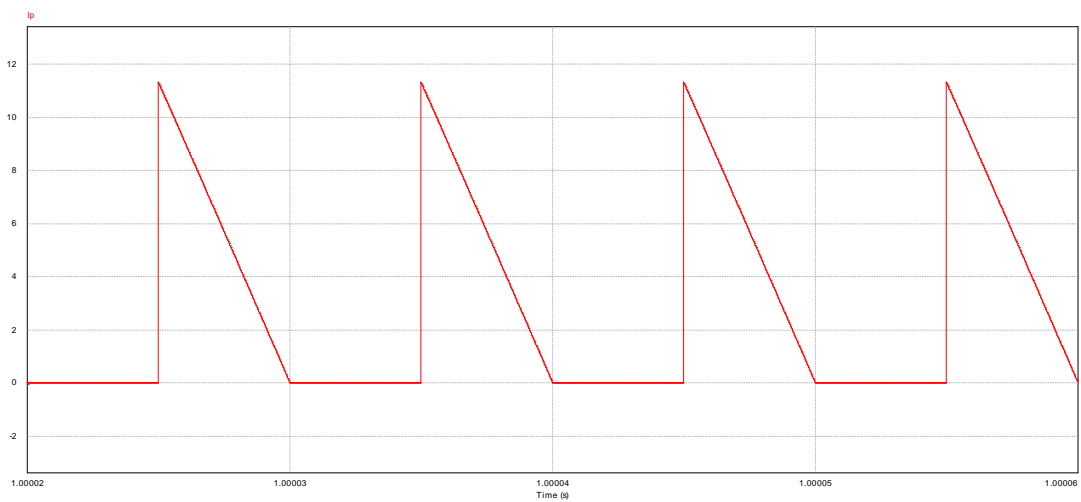
Corriente por el diodo*(a) Corriente por el diodo en los dos circuitos Elevador.**(b) Detalle de corriente por el diodo en el Elevador-TLP.**(c) Detalle de corriente por el diodo en el Elevador clásico.***Figura 4.6.6: Comparación de corrientes por el diodo.**

Corriente por el interruptor*(a) Corriente por el interruptor en los dos circuitos Elevador.**(b) Detalle de corriente por el interruptor en el Elevador-TLP.**(c) Detalle de corriente por el interruptor en el Elevador clásico.**Figura 4.6.7: Comparación de corrientes por el interruptor.*

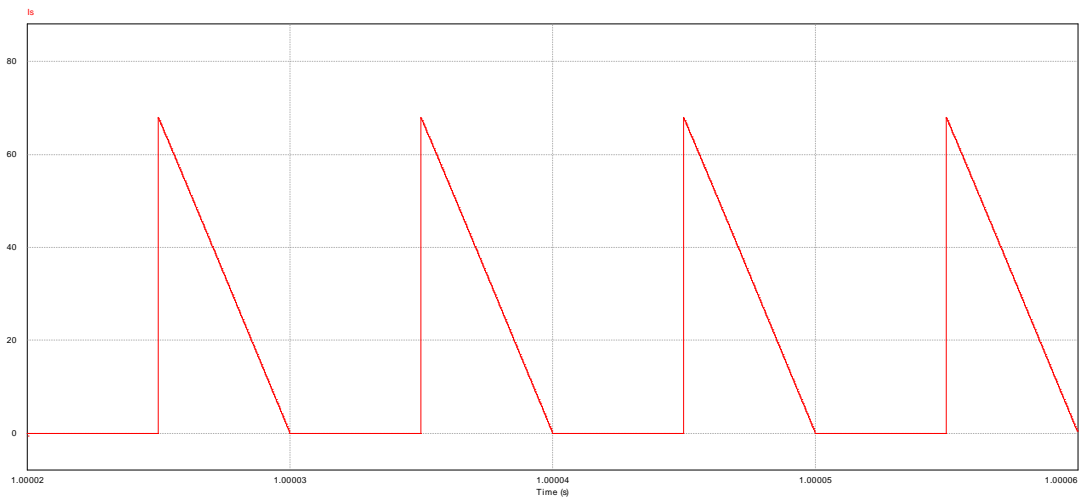
Corrientes por la rama del transformador



(a) Corriente por el primario, el secundario y el diodo en el Elevador-TLP.



(b) Detalle de la corriente por el primario en el Elevador-TLP.



(c) Detalle de la corriente por el secundario en el Elevador-TLP.

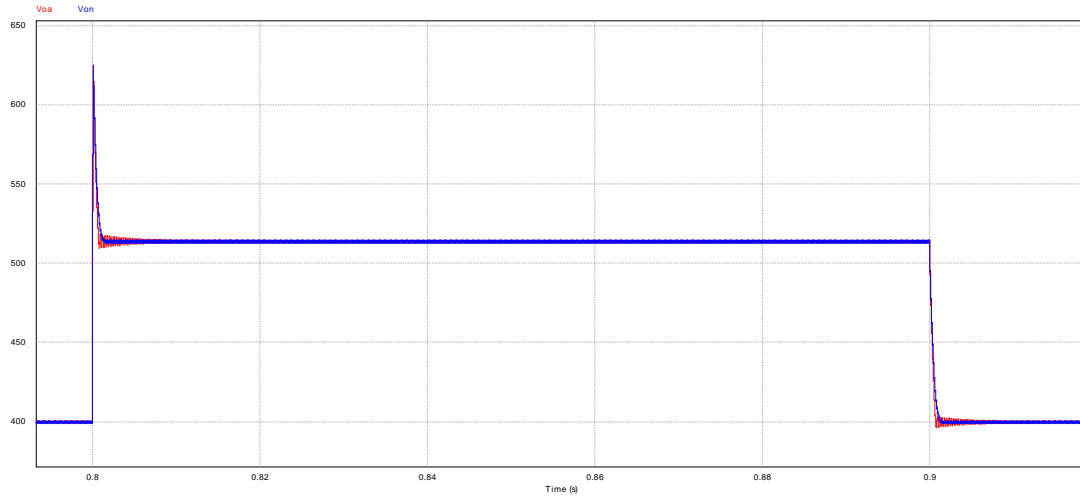
Figura 4.6.8: Corrientes por la rama del transformador.

4.6.4.2. Régimen transitorio

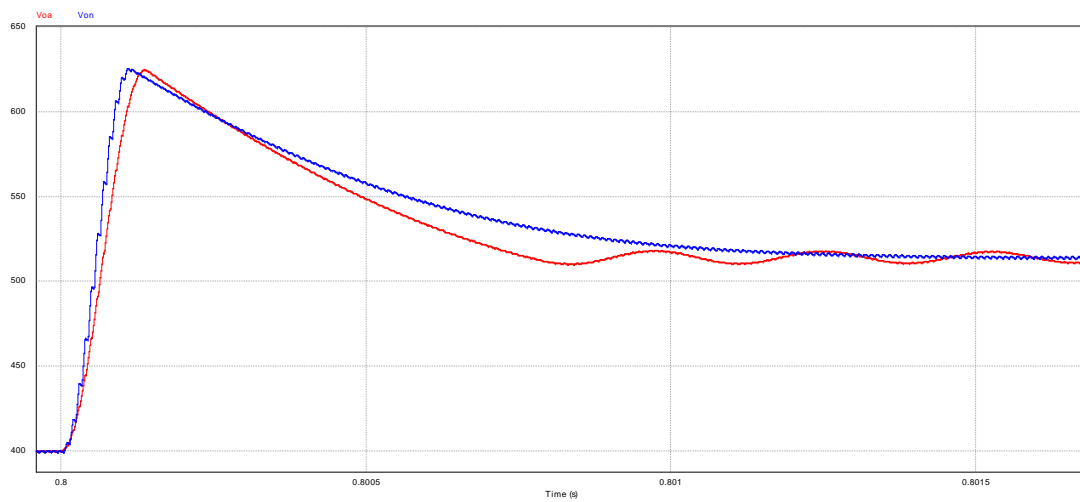
A continuación se muestra la respuesta transitoria, en bucle abierto. En la figura 4.6.9 se puede observar la respuesta transitoria respecto a un escalón de subida y un escalón de bajada en la tensión de entrada de 100V.

En la figura 4.6.10 se muestra la respuesta transitoria respecto a un escalón de subida y un escalón de bajada en la corriente de salida de 100A. Se observa que puesto que se diseñó para estar cerca del mínimo de corriente, se produce un escalón debido al cambio de modo de conducción.

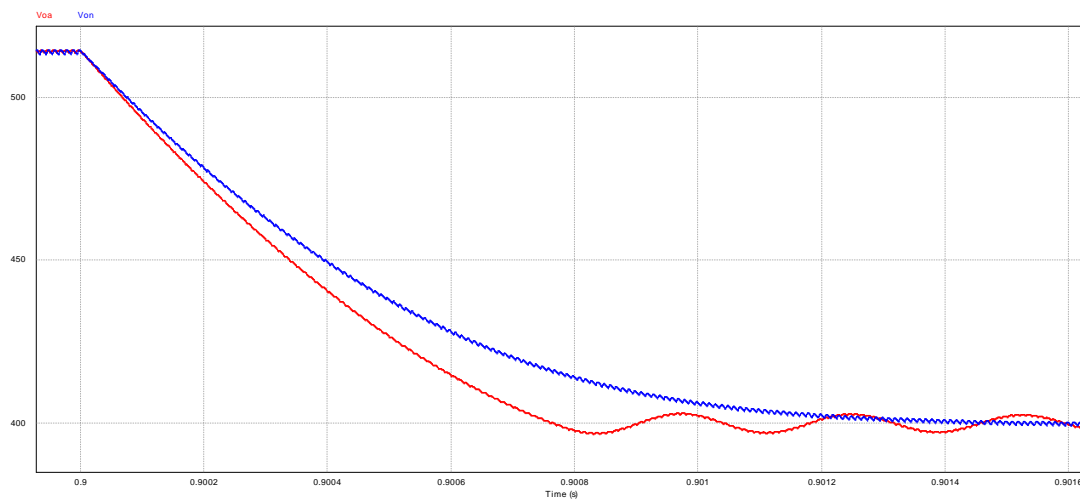
En ambos casos se observa que aunque la respuesta transitoria del convertidor clásico es simétrica, es más lenta la estabilización. Con el convertidor Elevador-TLP, se ha conseguido uniformizar la respuesta transitoria tanto en las subidas como en las bajadas, y además una estabilización mucho más rápida, tal y como se pretendía.



(a) Respuesta ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 100 Voltios.

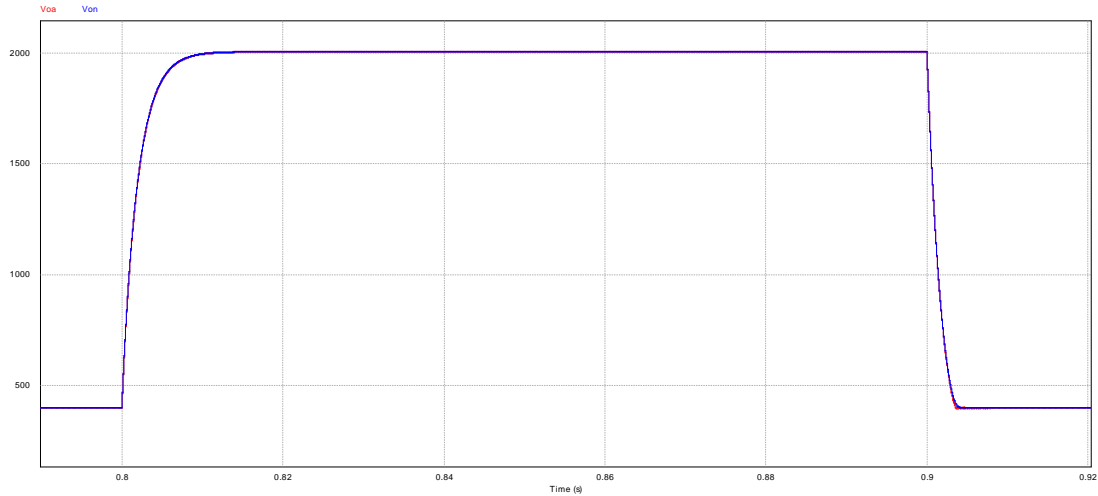


(b) Detalle de respuesta ante escalón de subida.

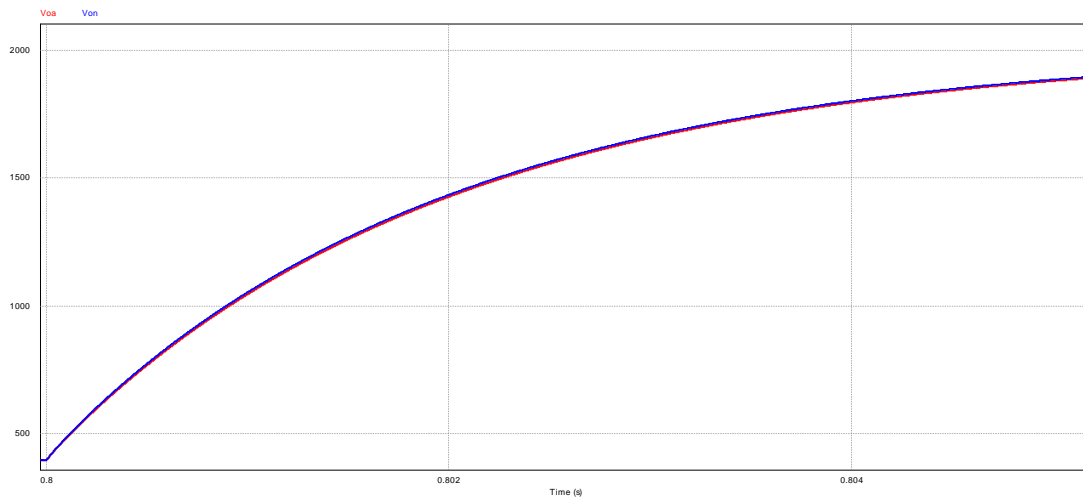


(c) Detalle de respuesta ante escalón de bajada.

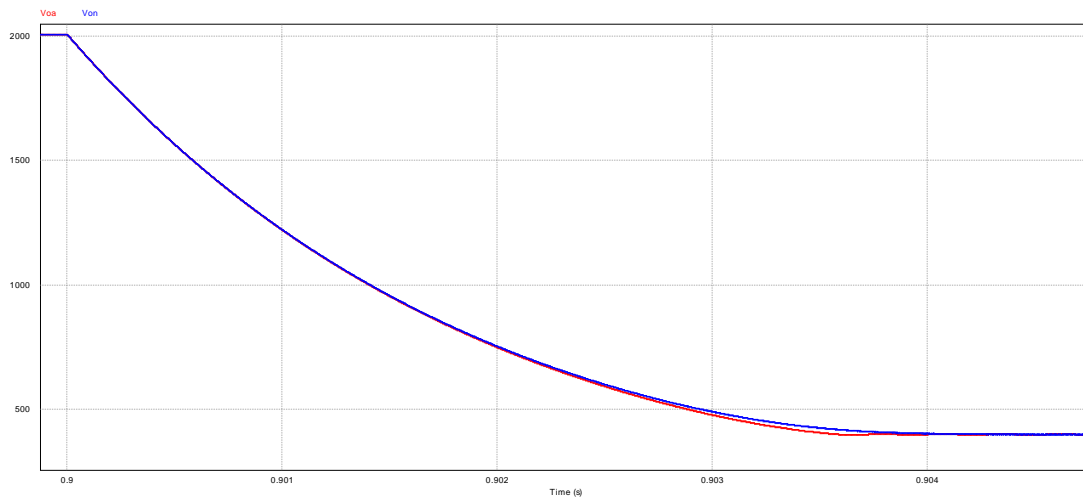
Figura 4.6.9: Respuesta del Elevador-TLP (en azul) y del Elevador clásico (en rojo), ante escalones de tensión de entrada, de subida y de bajada de 100 Voltios.



(a) Respuesta ante escalones de corriente de salida, de subida y de bajada de 100 Amperios.



(b) Respuesta ante escalón de subida.



(c) Respuesta ante escalón de bajada.

Figura 4.6.10: Respuesta del Elevador-TLP (en azul) y del Elevador clásico (en rojo), ante escalones en la corriente de salida, de subida y de bajada de 100 Amperios.

4.7. Similitud con otros convertidores

Los resultados obtenidos hasta ahora, muestran que el circuito estudiado, que hemos denominado Elevador con transformador con bobina paralelo entre primario y secundario (TLP), es equivalente al circuito denominado “Tapped Inductor”, que se puede ver en la bibliografía [3, 4], y cuya configuración se muestra en la figura 3.7.1. A continuación se demuestra la equivalencia entre las inductancias de ambos circuitos:

$$\begin{aligned}
 P_L &= P_{LTI} \\
 \frac{(V_p + V_s)^2}{Z_L} &= \frac{(V_p)^2}{Z_{LTI}} \\
 \frac{(V_p + \frac{1}{a}V_p)^2}{Z_L} &= \frac{(V_p)^2}{Z_{LTI}} \\
 \frac{(1 + \frac{1}{a})^2}{L} &= \frac{1}{L_{TI}} \\
 L_{TI} &= \frac{L}{(1 + \frac{1}{a})^2} \\
 L_{TI} &= \left(\frac{a}{1 + a} \right)^2 L
 \end{aligned}$$

entonces:

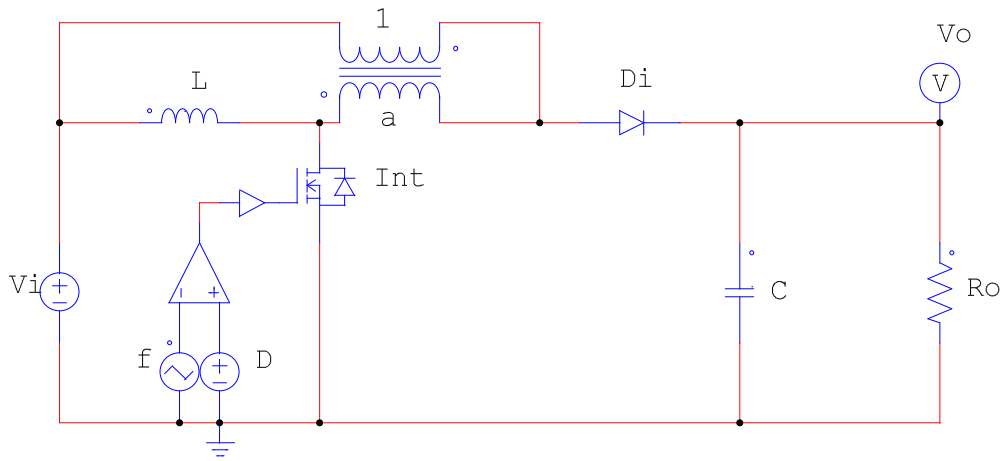
$$L_{TI} = \left(\frac{a}{1 + a} \right)^2 L$$

donde:

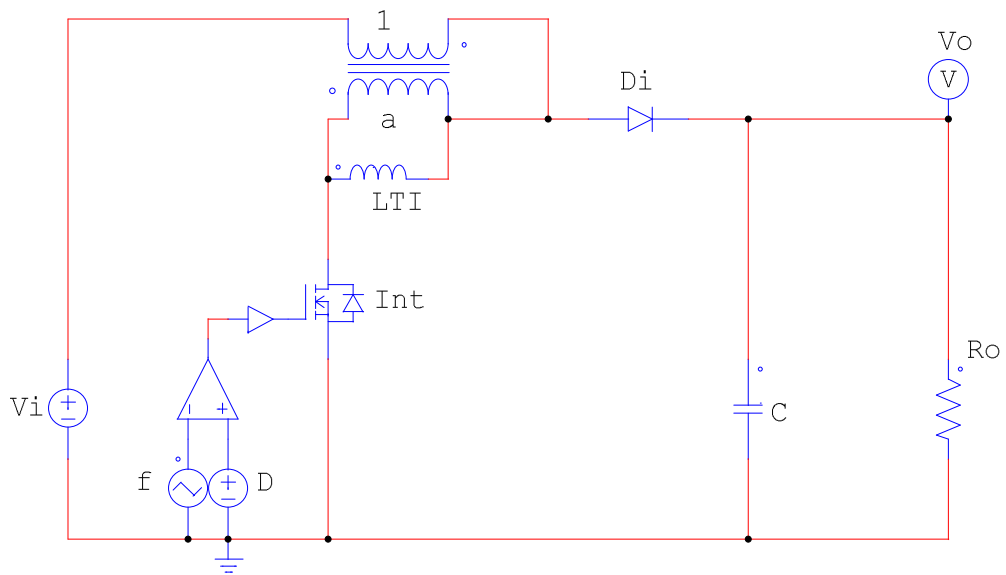
P_L Potencia en la bobina del convertidor TLP.

P_{LTI} Potencia en la bobina del convertidor Tapped Inductor.

L_{TI} Inductancia en configuración Tapped Inductor.



(a) Convertidor Elevador-TLP.



(b) Convertidor Elevador Tapped inductor.

Figura 4.7.1: Similitud entre circuitos convertidores Elevadores.

4.8. Conclusiones

A lo largo del presente capítulo se ha analizado el convertidor Elevador-TLP que cuenta con un transformador situado de modo que en t_{off} , la corriente que viene a través de la fuente se divide en dos ramas, la correspondiente al primario, que pasa por la bobina, y la correspondiente al secundario, que no pasa por la bobina consiguiendo por tanto, que la intensidad de corriente que pasa por la bobina sea menor en el convertidor propuesto que en el clásico.

Se pudo comprobar que la cantidad de corriente desviada es función de la relación de transformación, y siempre se desviará una parte. Esto implica que la corriente por la bobina siempre será menor, considerándose el caso límite la relación de transformación $a = 0$, que es equivalente a quitar el transformador, y tener en consecuencia, un Elevador clásico.

Se ha observado que puesto que el transformador sólo está activo durante t_{off} , es en la ecuación correspondiente a la pendiente de bajada donde entra en juego la relación de transformación, siendo la pendiente de subida idéntica a la del Elevador clásico.

Se ha analizado la influencia del transformador con más detalle para modo de conducción continua, observándose que, comparando el Elevador-TLP con el Elevador con las mismas variables:

- la ganancia disminuye, con lo que se consiguen ganancias más cercanas a la unidad, a igualdad de ciclo de trabajo D .
- La corriente por la bobina disminuye.

Es importante destacar que puesto que disminuye la corriente es posible que el circuito deje de estar en MCC, siendo por tanto necesario, una comparación más cuidadosa, puesto que los dos circuitos no estarán en el mismo modo.

En el estudio gráfico realizado se ha representado una familia de curvas para distintas relaciones de transformación de la curva $G-D$. Se ha observado, que para ganancias iguales, es posible seleccionar ciclos de trabajo mayores en el circuito Elevador-TLP que en el Elevador, derivándose una posible aplicación para el convertidor Elevador-TLP, que consiste en que es posible conseguir valores de ciclo de trabajo centrados para ganancias cercanas a la unidad ($V_o \approx V_i$).

Finalmente, se ha diseñado un Elevador-TLP, comprobándose que el ciclo de trabajo seleccionado debe ser mayor que $1 - \frac{1}{G}$, y mostrándose una posible aplicación del circuito estudiado, verificándose los resultados mediante su simulación en PSIM.

A lo largo del presente estudio se ha observado, que el Elevador clásico, es un caso particular del circuito estudiado para el que $a = 0$, proponiéndose algunos posibles usos, y quedando suficientemente definido mediante curvas y ecuaciones para cualquier uso que se deseara hacer del circuito.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

A lo largo de los tres capítulos anteriores se han estudiado los convertidores VRM-TLP, Reductor-TLP y Elevador-TLP, los cuales cuentan con un transformador con bobina paralelo (TLP). Esta configuración permite obtener valores más adecuados de ciclo de trabajo en los casos extremos en los que los convertidores clásicos proporcionan malos resultados.

Para todos ellos se ha hecho un estudio teórico de sus ecuaciones, y para el caso de MCC, se han comparado con los convertidores VRM, Reductor y Elevador respectivamente. Seguidamente, se ha estudiado gráficamente la curva crítica, que separa los pares de puntos (a, D) correspondientes a MCC, de los correspondientes a MCD. A continuación, se han adaptado las ecuaciones para el diseño de los convertidores con transformador con bobina paralelo (TLP). Finalmente, se ha realizado, el estudio de un caso práctico para cada uno de los convertidores, donde se han verificado los resultados mediante la simulación de los convertidores con el programa de simulación de circuitos de potencias PSIM.

El estudio realizado en este documento ha mostrado que las aplicaciones más convenientes para los convertidores estudiados son:

- **Convertidor VRM-TLP:** Obtención de un ciclo de trabajo centrado para ganancias en las cuales $V_i \gg V_o$.
- **Convertidor Reductor-TLP:** Obtención de un ciclo de trabajo centrado para ganancias en las cuales $V_i \approx V_o$.
- **Convertidor Elevador-TLP:** Obtención de un ciclo de trabajo centrado

para ganancias en las cuales $V_i \approx V_o$.

El anterior análisis ha mostrado que la configuración con transformador con bobina paralelo (TLP), tiene las siguientes ventajas:

- Rapidez en la respuesta dinámica.
- Simetría en la respuesta dinámica.
- Simetría en la magnetización / desmagnetización de la bobina del circuito
- Menor corriente a través de la bobina del convertidor.
- Posibilidad de modificar el ciclo de trabajo D en condiciones de ganancias extremas, esto es, $V_i \approx V_o$ o $V_i \gg V_o$, según el caso.

Así mismo, también se ha observado una serie de inconvenientes derivados de la inclusión del transformador.

- Necesidad de incluir un nuevo componente (el transformador).
- Inductancia del convertidor mayor para mantenerse en modo de conducción continua.
- Mayor rizado de salida, y por tanto, necesidad de un condensador mayor para conservar el mismo rizado de tensión.

Este documento, adicionalmente, proporciona un método sistemático de análisis de circuitos convertidores de continua, puesto que el sistema que se ha utilizado para analizar los tres convertidores ha sido el mismo, y por tanto, la misma metodología sería válida para cualquier otro convertidor.

Se ha observado también, que los convertidores clásicos correspondientes, son casos particulares de los convertidores TLP correspondientes, esto se ha visto reflejado en el uso del parámetro $\lambda_1 = \frac{1}{1+a}$, función que en su punto extremo en el que la relación de transformación $a = 0$, toma el valor $\lambda_1 = 1$; y cuando se sustituye ese valor en las ecuaciones desarrolladas para los convertidores TLP, se obtienen las ecuaciones correspondientes a los convertidores clásicos. De este hecho también se deriva, que el convertidor TLP se diferenciará más del convertidor clásico correspondiente, cuanto más alejado este el valor de transformación de $a = 0$.

Este documento no alcanza determinados temas que a continuación se proponen, y que puede formar parte de trabajos futuros:

- **Estudio energético preciso:** Aunque en dicho documento, se ha hecho un estudio energético comparativo en condiciones muy específicas, sería necesario un amplio estudio energético que determinara precisamente los puntos en los que la energía en la bobina es menor o mayor que en el correspondiente circuito clásico. Como punto de partida para dicho estudio, este documento ha mostrado que la energía en la bobina será función de dos tendencias contrapuestas. Por un lado, la energía en la bobina disminuirá a consecuencia de la disminución de la corriente a través de la bobina que provoca la configuración TLP, y por otro lado, la energía aumentará a causa del aumento de la inductancia necesario para mantener el circuito en MCC y conservar el rango de de ciclo de trabajo D .
- **Estudio del rizado preciso:** Este documento no ha realizado el estudio del rizado de la tensión de salida de los convertidores, no obstante, se ha observado a través de la simulación en PSIM, que el rizado aumenta a consecuencia de la inclusión del transformador con bobina paralelo. Por tanto, resulta necesario un estudio preciso del rizado, que permita cuantificar el aumento de dicho rizado, así como, obtener las ecuaciones que permitan el diseño de un convertidor TLP con un rizado en la tensión de salida determinado.
- **Estudio de la dinámica:** El presente documento estudia todos los circuitos en bucle abierto, y no afronta el estudio de la dinámica y control de los circuitos. Para ello se proponen el estudio matricial mediante el espacio de estados, en el que el uso de λ_1 , permite realizar el cálculo matricial con la misma metodología que en el caso clásico.
- **Montaje y comparación:** A pesar de que las ecuaciones teóricas obtenidas para cada convertidor TLP han sido verificadas mediante la simulación en PSIM, queda pendiente su montaje y prueba en condiciones reales, y la obtención y comparación de los resultados obtenidos prácticamente y teóricamente. No obstante, se ha comprobado que cada uno de los circuitos tiene un equivalente como Tapped Inductor, que son circuitos bien conocidos.

Apéndice A

Desarrollo de las ecuaciones del convertidor VRM-TLP en MCC

En este apéndice se detallan los desarrollos necesarios para obtener las ecuaciones expuestas en la sección 2.4, que corresponden a las ecuaciones del convertidor VRM-TLP cuando este se encuentra en un modo de conducción continuo (MCC). Así mismo, se desarrollan para que queden en función únicamente de las variables iniciales que definen el estado del circuito. Dichas variables son:

V_i	Tensión de entrada.
L	Bobina del circuito.
C	Condensador del circuito.
R_o	Resistencia de la carga.
f	Frecuencia de conmutación.
D	Ciclo de trabajo.
N_p	Número de espiras en el primario del transformador.
N_s	Número de espiras en el secundario del transformador.

Debido a que la elección de N_p y N_s es arbitraria e independiente del resto de variables, en adelante se considera la relación de transformación a como una variable inicial en sustitución de N_p y N_s . Siendo la definición de a :

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (\text{A.0.1})$$

Algo equivalente se tiene en cuenta con el parámetro de carga adimensional del circuito, donde en algunas ocasiones se usará K en lugar de $\frac{2L}{R_o T}$.

Así mismo se usará indistintamente como variable inicial f o T , teniendo en cuenta que se relacionan a través de:

$$T = \frac{1}{f}$$

A.1. Parámetro de carga crítico K_c

Este parámetro es independiente del modo de conducción, se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 2.3.42, 2.3.41 y 2.3.11:

$$\begin{aligned} K_c &= \lambda_2 (1 - D) = \frac{D(\lambda_1 - 1) + 1}{\lambda_1^2} (1 - D) = \frac{D\left(\frac{1}{1+a} - 1\right) + 1}{\left(\frac{1}{1+a}\right)^2} (1 - D) = \frac{D\left(\frac{1-1-a}{1+a}\right) + 1}{\frac{1}{(1+a)^2}} (1 - D) \\ &= \frac{\frac{-aD}{1+a} + 1}{\frac{1}{(1+a)^2}} (1 - D) = \frac{\frac{-aD+1+a}{1+a}}{\frac{1}{(1+a)^2}} (1 - D) = (-aD + 1 + a)(1 + a)(1 - D) \\ &= [1 + a(1 - D)](1 + a)(1 - D) \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{K_c = [1 + a(1 - D)](1 + a)(1 - D)} \quad (\text{A.1.1})$$

A.2. Ganancia del circuito G

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 2.3.14, 2.3.11 y 2.3.30:

$$\begin{aligned} G &= \frac{\lambda_1 D}{D_1 + \lambda_1 D} = \frac{\frac{1}{1+a} D}{1 - D + \frac{1}{1+a} D} = \frac{\frac{D}{1+a}}{\frac{(1-D)(1+a)+D}{1+a}} = \frac{D}{(1-D)(1+a)+D} \\ &= \frac{D}{1+a-D-aD+D} = \frac{D}{1+a-aD} = \frac{D}{1+a(1-D)} \end{aligned}$$

entonces:

$$G = \frac{D}{1 + a(1 - D)} \quad (\text{A.2.1})$$

A.3. Relación entre la corriente de entrada y la corriente por la bobina k

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 2.3.28 y 2.3.30 :

$$k = \frac{D + D_1}{D} = \frac{D + 1 - D}{D} = \frac{1}{D}$$

entonces:

$$k = \frac{1}{D} \quad (\text{A.3.1})$$

A.4. Corriente por la bobina \bar{i}_L

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 2.3.23, A.2.1 y A.3.1:

$$\bar{i}_L = kG^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{1}{D} \left[\frac{D}{1 + a(1 - D)^2} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{1}{[1 + a(1 - D)^2]^2} \frac{DV_i}{R_o}$$

entonces:

$$\bar{i}_L = \frac{1}{[1 + a(1 - D)]^2} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{A.4.1})$$

A.5. Variación de la corriente por la bobina Δi_L

Como se expone en la sección 2.3.2.3, se impuso para el cálculo de las ecuaciones, la condición de que la variación de corriente positiva y negativa sean iguales en valor absoluto. Por tanto, para este cálculo se elige la variación negativa de corriente por sencillez en la deducción. El desarrollo se realizará sobre el valor absoluto, debiéndose tener en cuenta, que el resultado obtenido

es válido para la variación positiva de corriente y tendrá signo negativo para la variación negativa de corriente

Se desarrolla para que esté en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 2.3.8, 2.3.14, 2.3.11, 2.3.30 y 2.3.36:

$$\begin{aligned}
 |(\Delta i_L)_b| &= \frac{V_o}{\frac{1}{1+a}L} D_1 T = \frac{GV_i}{\frac{1}{1+a} \frac{KR_o T}{2}} (1-D) T = \frac{2GV_i}{\frac{1}{1+a}KR_o} (1-D) \\
 &= \frac{2 \frac{D}{1+a(1-D)} V_i}{\frac{1}{1+a}KR_o} (1-D) = \frac{\frac{1}{1+a(1-D)}}{\frac{1}{1+a}} (1-D) \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o} \\
 &= \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$|\Delta i_L| = (\Delta i_L)_s = -(\Delta i_L)_b = \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{A.5.1})$$

A.6. Corriente máxima por la bobina $I_{Lm\acute{a}x}$

La corriente máxima por la bobina en este modo se calcula sumándole a la corriente media la mitad de la variación total de la corriente. Se desarrolla para que esté en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones A.4.1 y A.5.1:

$$\begin{aligned}
 I_{Lm\acute{a}x} &= \bar{i}_L + \frac{|\Delta i_L|}{2} = \frac{1}{[1+a(1-D)]^2} \frac{DV_i}{R_o} + \frac{\frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o}}{2} \\
 &= \left[\frac{1}{[1+a(1-D)]^2} + \frac{(1+a)(1-D)}{1+a(1-D)} \frac{1}{K} \right] \frac{DV_i}{R_o} \\
 &= \left[\frac{K}{[1+a(1-D)]^2 K} + \frac{(1+a)(1-D)[1+a(1-D)]}{[1+a(1-D)]^2} \frac{1}{K} \right] \frac{DV_i}{R_o} \\
 &= \frac{K + (1+a)(1-D)[1+a(1-D)]}{[1+a(1-D)]^2} \frac{1}{K} \frac{DV_i}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lm\acute{a}x} = \frac{K + (1+a)(1-D)[1+a(1-D)]}{[1+a(1-D)]^2} \frac{1}{K} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{A.6.1})$$

O usando la expresión A.1.1:

$$I_{Lmáx} = \frac{1}{[1 + a(1 - D)]^2} \frac{K + K_c}{K} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{A.6.2})$$

A.7. Energía máxima en la bobina

Se sustituye en la expresión 2.3.43 las expresiones 2.3.36 y A.6.1:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Lmáx} &= \frac{1}{2} L I_{Lmáx}^2 = \frac{1}{2} \frac{K R_o T}{2} \left[\frac{K + (1 + a)(1 - D)[1 + a(1 - D)]}{[1 + a(1 - D)]^2} \frac{1}{K} \frac{DV_i}{R_o} \right]^2 \\ &= \frac{1}{4} \frac{K R_o T}{1} \left[\frac{K + (1 + a)(1 - D)[1 + a(1 - D)]}{[1 + a(1 - D)]^2} \right]^2 \frac{1}{K^2} \frac{D^2 V_i^2}{R_o^2} \\ &= \frac{T}{4} \left[\frac{K + (1 + a)(1 - D)[1 + a(1 - D)]}{[1 + a(1 - D)]^2} \right]^2 \frac{1}{K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o} \\ &= \frac{\{K + (1 + a)(1 - D)[1 + a(1 - D)]\}^2}{[1 + a(1 - D)]^4} \frac{T}{4K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{\{K + (1 + a)(1 - D)[1 + a(1 - D)]\}^2}{[1 + a(1 - D)]^4} \frac{T}{4K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o} \quad (\text{A.7.1})$$

O usando la expresión A.1.1:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{1}{[1 + a(1 - D)]^4} \frac{1}{4} \frac{[K + K_c]^2}{K} \frac{D^2 V_i^2}{f R_o} \quad (\text{A.7.2})$$

Apéndice B

Desarrollo de las ecuaciones del convertidor Reductor-TLP en MCC

En este apéndice se detallan los desarrollos necesarios para obtener las ecuaciones expuestas en la sección 3.4, que corresponden a las ecuaciones del convertidor Reductor-TLP cuando este se encuentra en un modo de conducción continuo (MCC). Así mismo, se desarrollan para que queden en función únicamente de las variables iniciales que definen el estado del circuito. Dichas variables son:

V_i	Tensión de entrada.
L	Bobina del circuito.
C	Condensador del circuito.
R_o	Resistencia de la carga.
f	Frecuencia de conmutación.
D	Ciclo de trabajo.
N_p	Número de espiras en el primario del transformador.
N_s	Número de espiras en el secundario del transformador.

Debido a que la elección de N_p y N_s es arbitraria e independiente del resto de variables, en adelante se considera la relación de transformación a como una variable inicial en sustitución de N_p y N_s . Siendo la definición de a :

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{\dot{i}_s}{\dot{i}_p} \quad (\text{B.0.1})$$

Algo equivalente se tiene en cuenta con el parámetro de carga adimensional del circuito, donde en algunas ocasiones se usará K en lugar de $\frac{2L}{R_o T}$.

Así mismo se usará indistintamente como variable inicial f o T , teniendo en cuenta que se relacionan a través de:

$$T = \frac{1}{f}$$

B.1. Parámetro de carga crítico K_c

Este parámetro es independiente del modo de conducción, se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 3.3.41, 3.3.40 y 3.3.8:

$$\begin{aligned} K_c &= \lambda_2 (1 - D) = \frac{D + \lambda_1 (1 - D)}{\lambda_1} (1 - D) = \frac{D + \frac{1}{1+a} (1 - D)}{\frac{1}{1+a}} (1 - D) \\ &= \frac{\frac{D+aD+1-D}{1+a}}{\frac{1}{1+a}} (1 - D) = (1 + aD) (1 - D) \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{K_c = (1 + aD) (1 - D)} \quad (\text{B.1.1})$$

B.2. Ganancia del circuito G

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 3.3.13, 3.3.8 y 3.3.29:

$$\begin{aligned} G &= \frac{D}{D + \lambda_1 D_1} = \frac{D}{D + \frac{1}{1+a} (1 - D)} = \frac{D}{\frac{(1+a)D+(1-D)}{1+a}} \\ &= \frac{(1+a) D}{D + aD + 1 - D} = \frac{(1+a) D}{1 + aD} \end{aligned}$$

entonces:

$$G = \frac{(1+a)D}{1+aD} \quad (\text{B.2.1})$$

B.3. Relación entre la corriente de entrada y la corriente por la bobina k

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 3.3.27, 3.3.8 y 3.3.29 :

$$k = \lambda_1 \frac{D + D_1}{D} = \frac{1}{1+a} \frac{D + 1 - D}{D} = \frac{1}{(1+a)D}$$

entonces:

$$k = \frac{1}{(1+a)D} \quad (\text{B.3.1})$$

B.4. Corriente por la bobina $\overline{i_L}$

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 3.3.22, B.2.1 y B.3.1:

$$\overline{i_L} = kG^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{1}{(1+a)D} \left[\frac{(1+a)D}{1+aD} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{1+a}{(1+aD)^2} \frac{DV_i}{R_o}$$

entonces:

$$\overline{i_L} = \frac{1+a}{(1+aD)^2} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{B.4.1})$$

B.5. Variación de la corriente por la bobina Δi_L

Como se expone en la sección 3.3.2.3, se impuso para el cálculo de las ecuaciones, la condición de que la variación de corriente positiva y negativa sean iguales en valor absoluto. Por tanto, para este cálculo se elige la variación negativa de corriente por sencillez en la deducción. El desarrollo se realizará sobre el valor absoluto, debiéndose tener en cuenta, que el resultado obtenido

es válido para la variación positiva de corriente y tendrá signo negativo para la variación negativa de corriente.

Se desarrolla para que esté en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 3.3.11, 3.3.13, 3.3.29 y 3.3.35:

$$\begin{aligned}
 |(\Delta i_L)_b| &= \frac{V_o}{L} D_1 T = \frac{GV_i}{\frac{KR_oT}{2}} (1-D) T = \frac{2GV_i}{KR_o} (1-D) \\
 &= \frac{2 \frac{(1+a)D}{1+aD} V_i}{KR_o} (1-D) = \frac{(1+a)D}{1+aD} (1-D) \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o} \\
 &= \frac{(1+a)(1-D)}{1+aD} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$|\Delta i_L| = (\Delta i_L)_s = -(\Delta i_L)_b = \frac{(1+a)(1-D)}{1+aD} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{B.5.1})$$

B.6. Corriente máxima por la bobina $I_{Lm\acute{a}x}$

La corriente máxima por la bobina en este modo se calcula sumándole a la corriente media la mitad de la variación total de la corriente. Se desarrolla para que esté en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones B.4.1 y B.5.1:

$$\begin{aligned}
 I_{Lm\acute{a}x} &= I_L + \frac{|\Delta i_L|}{2} = \frac{1+a}{(1+aD)^2} \frac{DV_i}{R_o} + \frac{\frac{(1+a)(1-D)}{1+aD} \frac{2}{K} \frac{DV_i}{R_o}}{2} \\
 &= \left[\frac{1+a}{(1+aD)^2} + \frac{(1+a)(1-D)}{1+aD} \frac{1}{K} \right] \frac{DV_i}{R_o} \\
 &= \left[\frac{(1+a)K}{(1+aD)^2} + \frac{(1+a)(1-D)(1+aD)}{(1+aD)^2} \frac{1}{K} \right] \frac{DV_i}{R_o} \\
 &= \frac{K + (1-D)(1+aD)}{(1+aD)^2} \frac{1+a}{K} \frac{DV_i}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lm\acute{a}x} = \frac{K + (1-D)(1+aD)}{(1+aD)^2} \frac{1+a}{K} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{B.6.1})$$

O usando la expresión B.1.1:

$$I_{Lm\acute{a}x} = \frac{1+a}{(1+aD)^2} \frac{K + K_c}{K} \frac{DV_i}{R_o} \quad (\text{B.6.2})$$

B.7. Energía máxima en la bobina

Se sustituye en la expresión 3.3.42 las expresiones 3.3.35 y B.6.1:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{Lmáx} &= \frac{1}{2} L I_{Lmáx}^2 = \frac{1}{2} \frac{K R_o T}{2} \left[\frac{K + (1 - D)(1 + aD)}{(1 + aD)^2} \frac{1 + a}{K} \frac{D V_i}{R_o} \right]^2 \\
 &= \frac{1}{4} \frac{K R_o T}{1} \left[\frac{K + (1 - D)(1 + aD)}{(1 + aD)^2} \right]^2 \frac{(1 + a)^2}{K^2} \frac{D^2 V_i^2}{R_o^2} \\
 &= \frac{T}{4} \left[\frac{K + (1 - D)(1 + aD)}{(1 + aD)^2} \right]^2 \frac{(1 + a)^2}{K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o} \\
 &= \frac{\{K + (1 - D)(1 + aD)\}^2}{(1 + aD)^4} \frac{(1 + a)^2 T}{4K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o}
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{\varepsilon_{Lmáx} = \frac{\{K + (1 - D)(1 + aD)\}^2}{(1 + aD)^4} \frac{(1 + a)^2 T}{4K} \frac{D^2 V_i^2}{R_o}} \quad (\text{B.7.1})$$

O usando la expresión B.1.1:

$$\boxed{\varepsilon_{Lmáx} = \left[\frac{1 + a}{(1 + aD)^2} \right]^2 \frac{1}{4} \frac{[K + K_c]^2}{K} \frac{D^2 V_i^2}{f R_o}} \quad (\text{B.7.2})$$

Apéndice C

Desarrollo de las ecuaciones del convertidor Elevador-TLP en MCC

En este apéndice se detallan los desarrollos necesarios para obtener las ecuaciones expuestas en la sección 4.4, que corresponden a las ecuaciones del convertidor Elevador-TLP cuando este se encuentra en un modo de conducción continuo (MCC). Así mismo, se desarrollan para que queden en función únicamente de las variables iniciales que definen el estado del circuito. Dichas variables son:

V_i	Tensión de entrada.
L	Bobina del circuito.
C	Condensador del circuito.
R_o	Resistencia de la carga.
f	Frecuencia de conmutación.
D	Ciclo de trabajo.
N_p	Número de espiras en el primario del transformador.
N_s	Número de espiras en el secundario del transformador.

Debido a que la elección de N_p y N_s es arbitraria e independiente del resto de variables, en adelante se considera la relación de transformación a como una variable inicial en sustitución de N_p y N_s . Siendo la definición de a :

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{v_p}{v_s} = \frac{i_s}{i_p} \quad (\text{C.0.1})$$

Algo equivalente se tiene en cuenta con el parámetro de carga adimensional del circuito, donde en algunas ocasiones se usará K en lugar de $\frac{2L}{R_o T}$.

Así mismo se usará indistintamente como variable inicial f o T , teniendo en cuenta que se relacionan a través de:

$$T = \frac{1}{f}$$

C.1. Parámetro de carga crítico K_c

Este parámetro es independiente del modo de conducción, se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 4.3.41, 4.3.40 y 4.3.10:

$$\begin{aligned} K_c &= \lambda_2 D(1-D)^2 = \frac{1}{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]} D(1-D)^2 = \frac{D(1-D)^2}{\lambda_1 [1 + D(\lambda_1 - 1)]} \\ &= \frac{D(1-D)^2}{\frac{1}{1+a} [1 + D(\frac{1}{1+a} - 1)]} = \frac{(1+a) D(1-D)^2}{[1 + D(\frac{1-1-a}{1+a})]} = \frac{(1+a) D(1-D)^2}{[1 + \frac{-aD}{1+a}]} \\ &= \frac{(1+a) D(1-D)^2}{\frac{1+a-aD}{1+a}} = \frac{(1+a)^2}{1+a(1-D)} D(1-D)^2 \end{aligned}$$

entonces:

$$K_c = \frac{(1+a)^2}{1+a(1-D)} D(1-D)^2 \quad (\text{C.1.1})$$

C.2. Ganancia del circuito G

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 4.3.13, 4.3.10 y 4.3.29:

$$\begin{aligned}
G &= \frac{\lambda_1 D + D_1}{D_1} = \frac{\frac{1}{1+a} D + 1 - D}{1 - D} \\
&= \frac{\frac{D+(1+a)(1-D)}{1+a}}{1 - D} = \frac{D + (1 + a)(1 - D)}{(1 + a)(1 - D)} \\
&= \frac{D + 1 - D + a - aD}{(1 + a)(1 - D)} = \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)(1 - D)}
\end{aligned}$$

entonces:

$$G = \frac{1 + a(1 - D)}{(1 + a)(1 - D)} \quad (\text{C.2.1})$$

C.3. Relación entre la corriente de entrada y la corriente por la bobina k

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 4.3.27, 4.3.10 y 4.3.29 :

$$\begin{aligned}
k &= \lambda_1 \frac{D + D_1}{\lambda_1 D + D_1} = \frac{1}{1 + a} \frac{D + 1 - D}{\frac{1}{1+a} D + 1 - D} \\
&= \frac{1}{1 + a} \frac{1}{\frac{D+(1+a)(1-D)}{1+a}} = \frac{1}{1 + a(1 - D)} \\
&= \frac{1}{1 + a \frac{D+(1+a)(1-D)}{1+a}} = \frac{1}{D + (1 + a)(1 - D)} \\
&= \frac{1}{D + 1 - D + a - aD} = \frac{1}{1 + a(1 - D)}
\end{aligned}$$

entonces:

$$k = \frac{1}{1 + a(1 - D)} \quad (\text{C.3.1})$$

C.4. Corriente por la bobina \bar{i}_L

Se desarrolla para que este en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 4.3.22, C.2.1 y C.3.1:

$$\bar{i}_L = kG^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{1}{1+a(1-D)} \left[\frac{1+a(1-D)}{(1+a)(1-D)} \right]^2 \frac{V_i}{R_o} = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} \frac{V_i}{R_o}$$

entonces:

$$\boxed{\bar{i}_L = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} \frac{V_i}{R_o}} \quad (\text{C.4.1})$$

C.5. Variación de la corriente por la bobina Δi_L

Como se expone en la sección 4.3.2.3, se impuso para el cálculo de las ecuaciones, la condición de que la variación de corriente positiva y negativa sean iguales en valor absoluto, Esto implica que se puede elegir cualquiera de las dos indistintamente. Para este cálculo se elige la variación positiva de corriente por sencillez en la deducción.

El desarrollo se realizará sobre el valor absoluto, debiéndose tener en cuenta, que el resultado obtenido es válido para la variación de subida y tendrá signo negativo para la variación de bajada.

Se desarrolla para que esté en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones 4.3.3 y 4.3.35:

$$\begin{aligned} |(\Delta i_L)_s| &= \frac{V_i}{L} DT = \frac{V_i}{\frac{KR_oT}{2}} DT \\ &= \frac{2V_i}{KR_oT} DT = \frac{2DV_i}{KR_o} \end{aligned}$$

entonces:

$$\boxed{|\Delta i_L| = (\Delta i_L)_s = -(\Delta i_L)_b = \frac{2DV_i}{KR_o}} \quad (\text{C.5.1})$$

C.6. Corriente máxima por la bobina $I_{Lmáx}$

La corriente máxima por la bobina en este modo se calcula sumándole a la corriente media la mitad de la variación total de la corriente. Se desarrolla para que esté en función de las variables iniciales a partir de las ecuaciones C.4.1 y C.5.1:

$$\begin{aligned}
I_{Lmáx} &= \bar{i}_L + \frac{|\Delta i_L|}{2} = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} \frac{V_i}{R_o} + \frac{\frac{2DV_i}{KR_o}}{2} \\
&= \left[\frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} + \frac{D}{K} \right] \frac{V_i}{R_o} \\
&= \frac{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2}{(1+a)^2(1-D)^2K} \frac{V_i}{R_o}
\end{aligned}$$

entonces:

$$I_{Lmáx} = \frac{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2}{(1+a)^2(1-D)^2K} \frac{V_i}{R_o} \quad (C.6.1)$$

O usando la expresión C.1.1:

$$I_{Lmáx} = \frac{1+a(1-D)}{(1+a)^2(1-D)^2} \frac{K+K_c}{K} \frac{V_i}{R_o} \quad (C.6.2)$$

C.7. Energía máxima en la bobina

Se sustituye en la expresión 4.3.42 las expresiones 4.3.35 y C.6.1:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{Lmáx} &= \frac{1}{2} L I_{Lmáx}^2 = \frac{1}{2} \frac{KR_oT}{2} \left[\frac{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2}{(1+a)^2(1-D)^2K} \frac{V_i}{R_o} \right]^2 \\
&= \frac{1}{4} \frac{KR_oT}{1} \left[\frac{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2}{(1+a)^2(1-D)^2} \right]^2 \frac{1}{K^2} \frac{V_i^2}{R_o^2} \\
&= \left[\frac{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2}{(1+a)^2(1-D)^2} \right]^2 \frac{T}{4K} \frac{V_i^2}{R_o} \\
&= \frac{\{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2\}^2}{(1+a)^4(1-D)^4} \frac{T}{4K} \frac{V_i^2}{R_o}
\end{aligned}$$

entonces:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{\{[1+a(1-D)]K + D(1+a)^2(1-D)^2\}^2}{(1+a)^4(1-D)^4} \frac{T}{4K} \frac{V_i^2}{R_o} \quad (C.7.1)$$

O usando la expresión C.1.1:

$$\varepsilon_{Lmáx} = \frac{[1+a(1-D)]^2}{(1+a)^4(1-D)^4} \frac{(K+K_c)^2}{K} \frac{T}{4} \frac{V_i^2}{R_o} \quad (C.7.2)$$

Bibliografía

- [1] Daniel W. Hart, “Electrónica de potencia”, Pearson Educación, S.A, Madrid, 2001.
- [2] Rashid, Muhammad H., “Electrónica de potencia”, Pearson Educación, México, 2004.
- [3] Duncan Andrew Grant, Yann Darroman, and James, “Synthesis of Tapped-Inductor Switched-Mode Converters”, February 2006. [2.7](#), [3.7](#), [4.7](#)
- [4] Tintu V R, Mary George “Tapped Inductor technology based DC-DC converter “, 2011. [2.7](#), [3.7](#), [4.7](#)
- [5] Hao Cheng, Keyue Ma Smedley,”A wide input – wide output (WIWO) dc-dc converter , IEEE trans on power electronics.vol.25,no 2,pp .280- 289 February 2010.
- [6] D.Maksimovic and S. Cuk, “Switching converter with wide dc Conversion range,” IEEE Trans. Power Electron., vol. 6, no. 1, pp. 151– 157, Jan. 1991.
- [7] K. Yao,M. Ye, M. Xu, and F. C. Lee, “Tapped-inductor buck converter for high-step-down dc–dc conversion,” IEEE Trans. Power Electron., vol. 20,no. 4, pp. 775–780, Jul. 2005.
- [8] J.-H. Park and B.-H. Cho, “Nonisolation soft-switching buck converter with tapped-inductor for wide-input extreme step-down applications,” IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 54, no. 8, pp. 1809–1818, Aug. 2007.

- [9] K. Yao, Y. Ren, J. Wei, M. Xu, and F. Lee, "A family of buck type dc/dc converters with autotransformers," in Proc. Appl. Power Electron. Conf. Expo. (APEC 2003), pp. 114–120.
- [10] K. Nishijima, K. Abe, D. Ishida, T. Nakano, T. Nabeshima, T. Sato, and K. Harada, "A novel tapped-inductor buck converter for divided power distribution system," in Proc. IEEE PESC Conf. (PESC 2006), Jun., 18–22, pp. 1–6.
- [11] G. Spiazzi and S. Buso, "Power factor preregulator based on modified tapped-inductor buck converter" in Proc. IEEE PESC Conf., 1998, vol. 2, pp. 873–879.